PRAVOÚHLÁ AXONOMETRIE

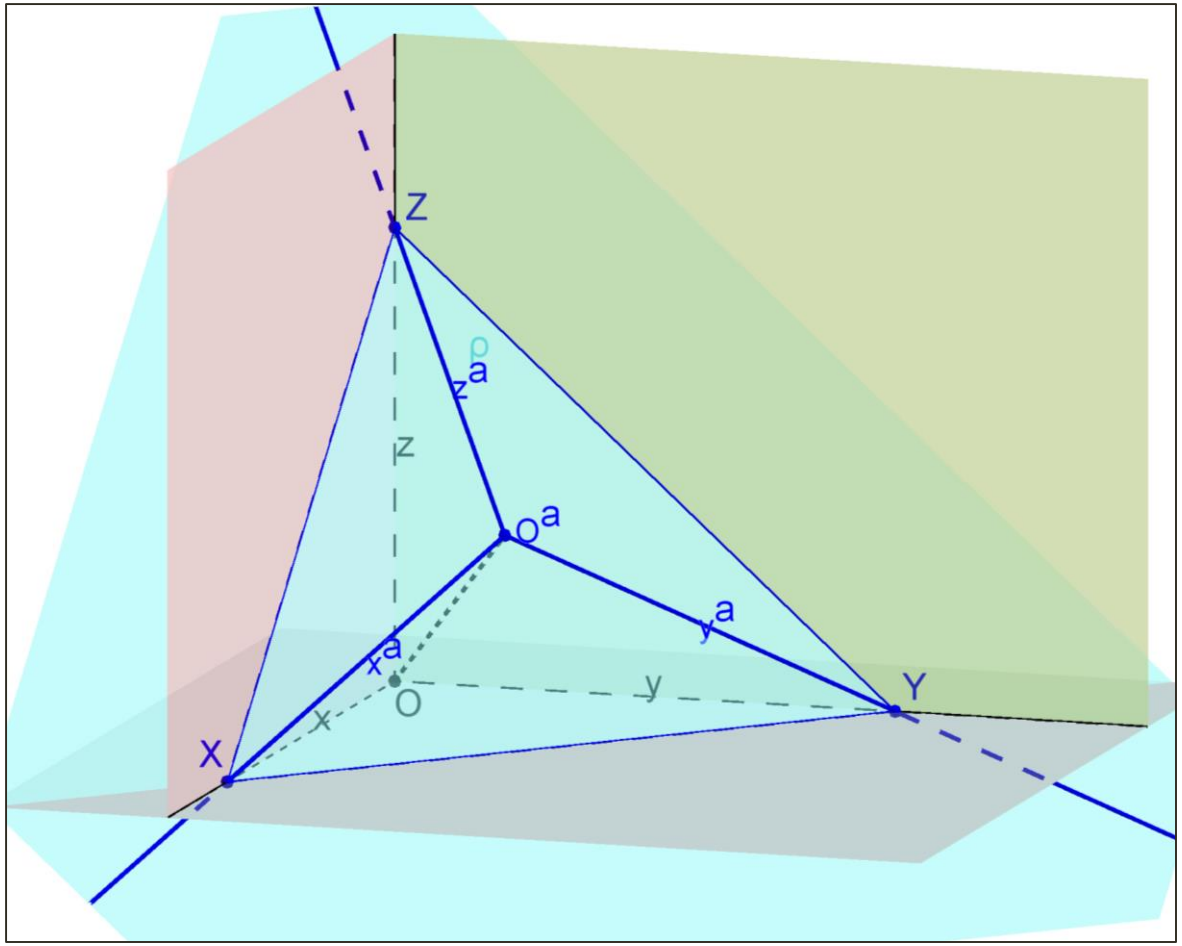
PRAVOÚHLÁ AXONOMETRIE

PA je pravoúhlé rovnoběžné promítání na **čtyři** průmětny.

- Tři pomocné průmětny na sebe kolmé (ztotožňujeme je se souřadnicovými rovinami): (*xy*) = **půdorysna** π, (*yz*) **nárysna** ν, (*xz*) **bokorysna** μ.
- Čtvrtá **hlavní** průmětna: **axonometrická průmětna** ρ
  - s pomocnými průmětnami různoběžná a není rovnoběžná s žádnou souřadnicovou osou.

Do axonometrické průmětny pravoúhle promítáme všechny útvary a jejich **axonometrický průmět** označujeme indexem a vpravo nahoře (např. axonometrický průmět osy $x - x^a$).

- **Výhoda PA**: názornost
- **Nevýhoda PA**: náročnost některých konstrukcí



Axonometrický trojúhelník, axonometrický osový kříž

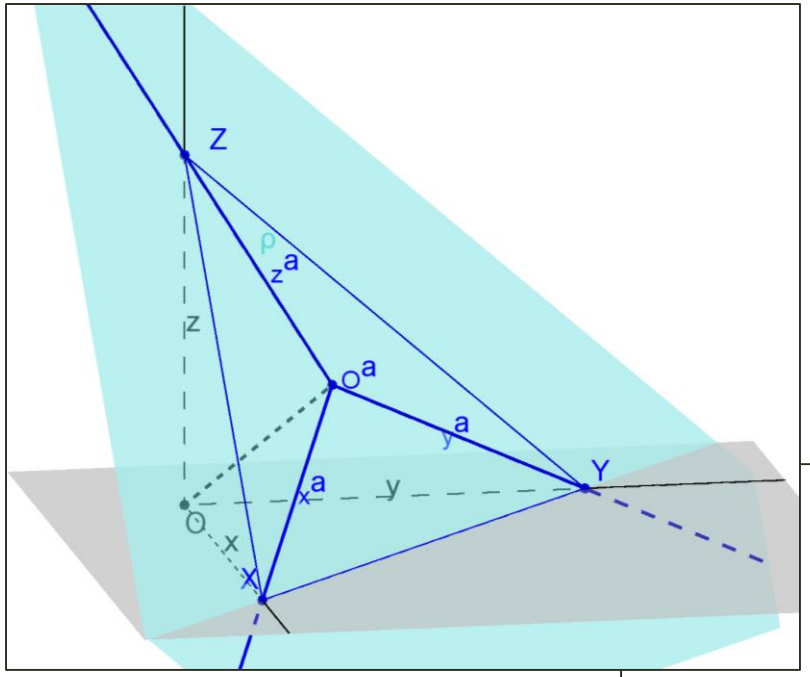
Axonometrická průmětna protíná souřadnicové osy v bodech X, Y, Z. Tyto body tvoří vrcholy tzv. **axonometrického trojúhelníka**.

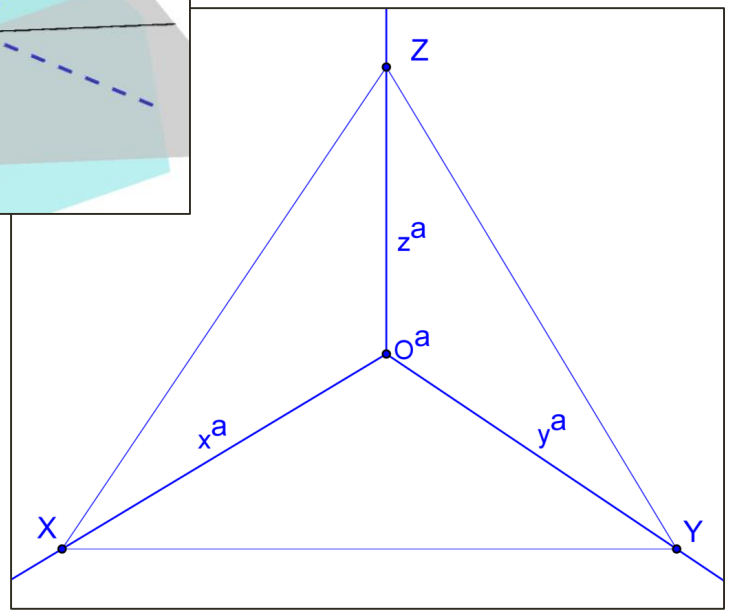
Pro axonometrický trojúhelník platí následující věty.

Věta: Axonometrický trojúhelník XYZ je ostroúhlý.

Věta: Axonometrické průměty x^a, y^a, z^a souřadnicových os x, y, z jsou výšky v axonometrickém trojúhelníku XYZ. Průsečík výšek je axonometrický průmět O^a počátku O.

Průměty souřadnicových os nazýváme **axonometrický osový kříž**.

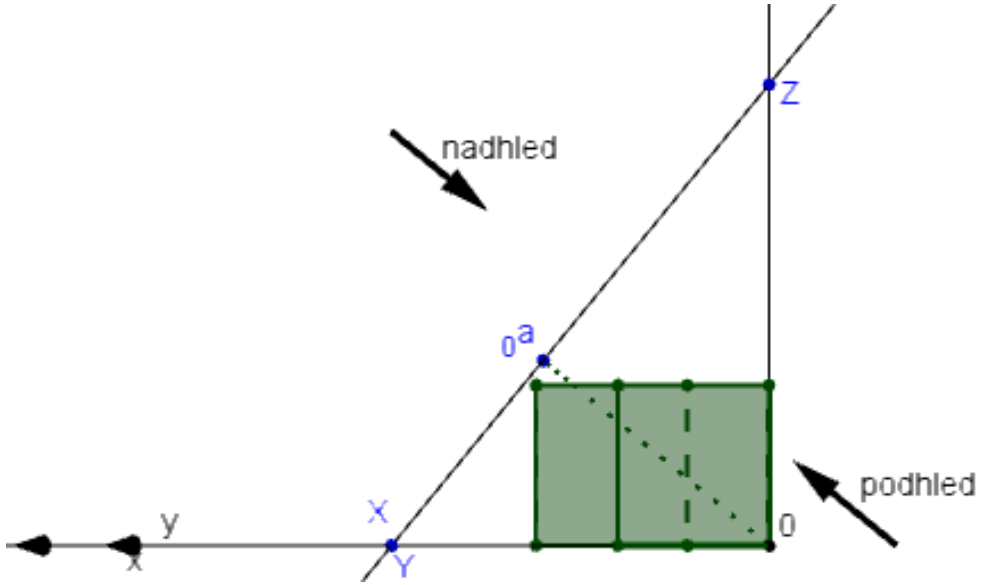


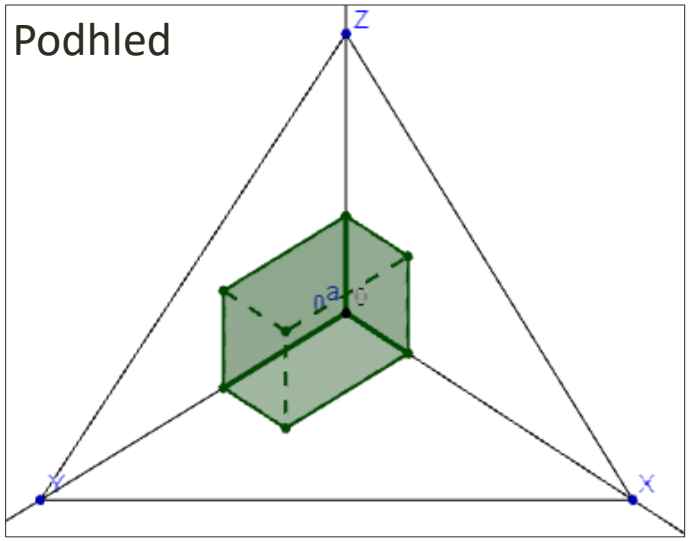


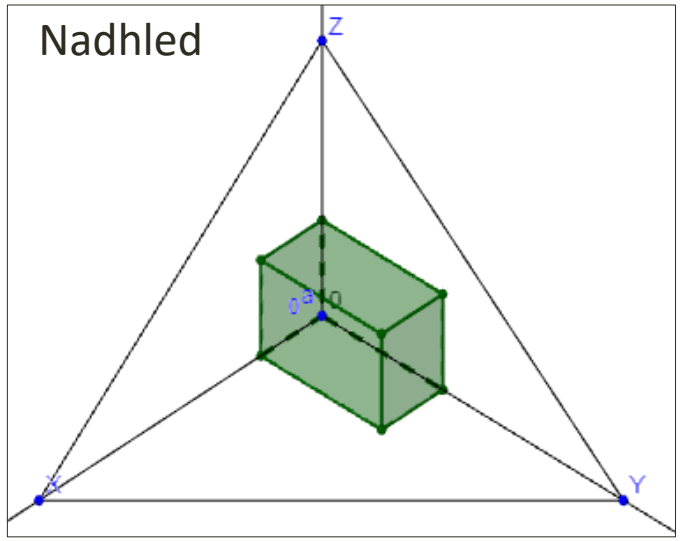
Následující věty souvisí s pojmy **nadhled** a **podhled** v axonometrii a s polohou počátku vzhledem k axonometrické průmětně.

Věta: Je-li dán ostroúhlý trojúhelník, pak existují dvě pravoúhlé axonometrie, pro něž je daný trojúhelník axonometrickým trojúhelníkem.

Věta: Jsou-li dány tři přímky, které procházejí jedním bodem tak, že každá z nich prochází tupým úhlem zbývajících dvou, pak existují dvě pravoúhlé axonometrie, pro které dané přímky jsou axonometrickým osovým křížem.







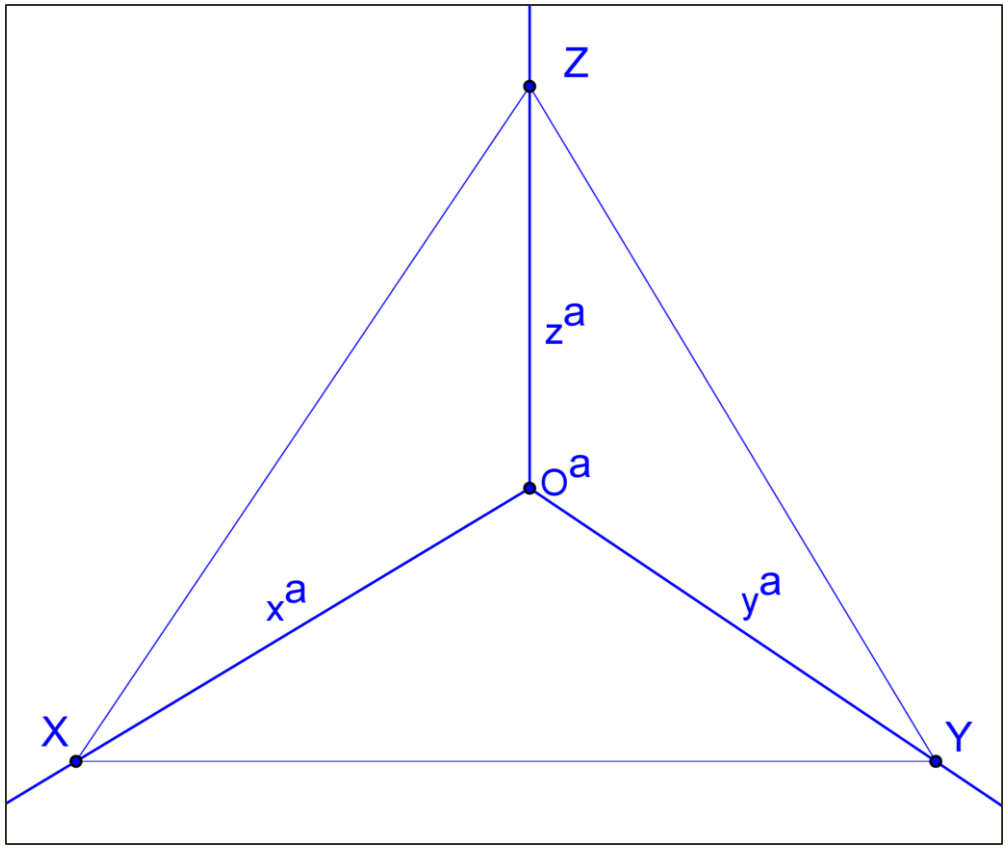
Určení pravoúhlé axonometrie

Úmluva: Axonometrickou průmětnu ztotožňujeme s nákresnou a útvary zobrazujeme v nadhledu.

Axonometrie je určena buď ostroúhlým axonometrickým trojúhelníkem, nebo axonometrickým osovým křížem (každé z nich lze převést ve druhé).

Je-li dán axonometrický trojúhelník, pak axonometrický osový kříž tvoří výšky v axonometrickém trojúhelníku. Je-li dán axonometrický osový kříž, pak strany axonometrického trojúhelníka sestrojíme jako kolmice k průmětům os. Na jednom z průmětu os zvolíme libovolný vhodný bod (vrchol ax. trojúhelníka) a jím vedeme kolmice ke zbývajícím osám. Na nich pak dostaneme zbylé vrcholy axonometrického trojúhelníka.

Na výsledek konstrukce nemá volba prvního vrcholu trojúhelníka vliv.



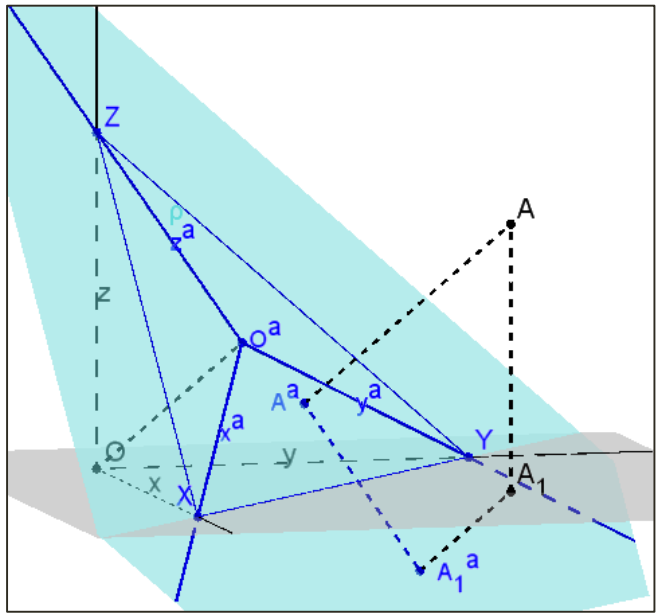
Princip zobrazení bodu

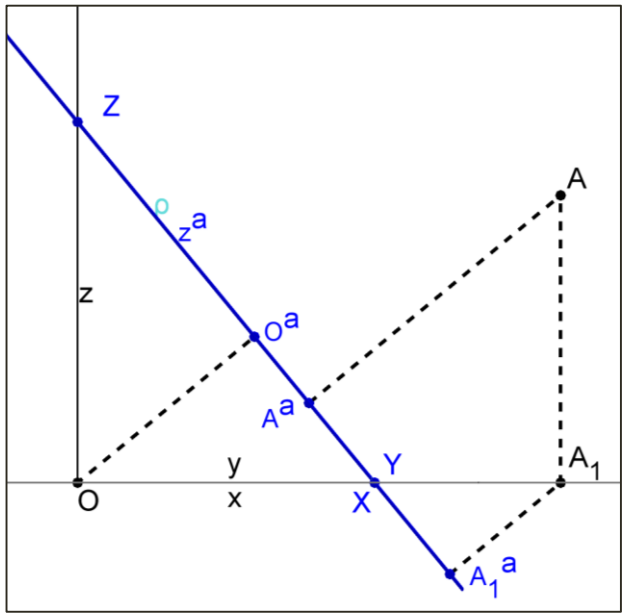
Bod nejdříve promítneme kolmo do axonometrické průmětny ρ – získáme **axonometrický průmět** A^a bodu A.

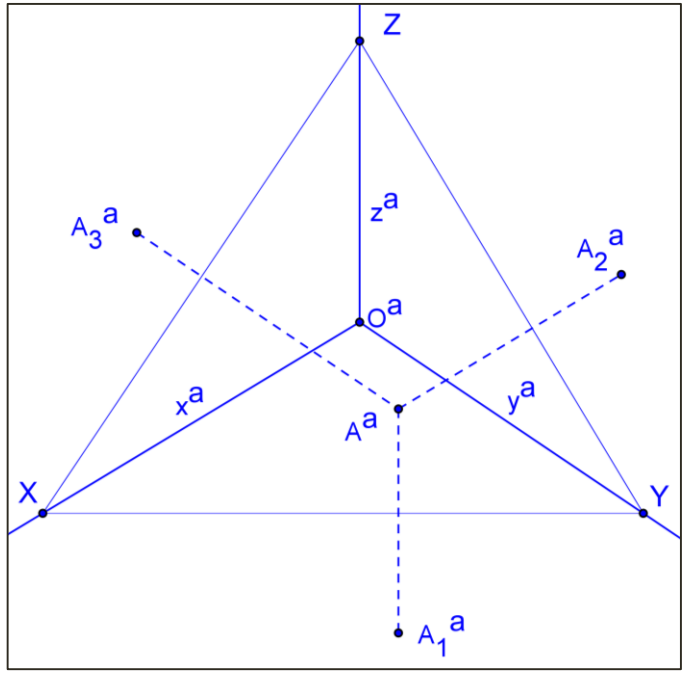
Poté promítneme bod kolmo do pomocné průmětny, např. půdorysny. Tím získáme půdorys bodu A_1 a ten dále kolmo promítneme do axonometrické průmětny – získáme **axonometrický půdorys** A_1^a bodu *A*.

Obdobným způsobem můžeme získat **axonometrický nárys** A_2^a a **axonometrický bokorys** A_3^a bodu *A*.

- Axonometrický průmět a axonometrický půdorys (nebo ax. nárys nebo ax. bokorys) tvoří **sdružené průměty** bodu. Spojnice sdružených průmětů je **ordinála**.





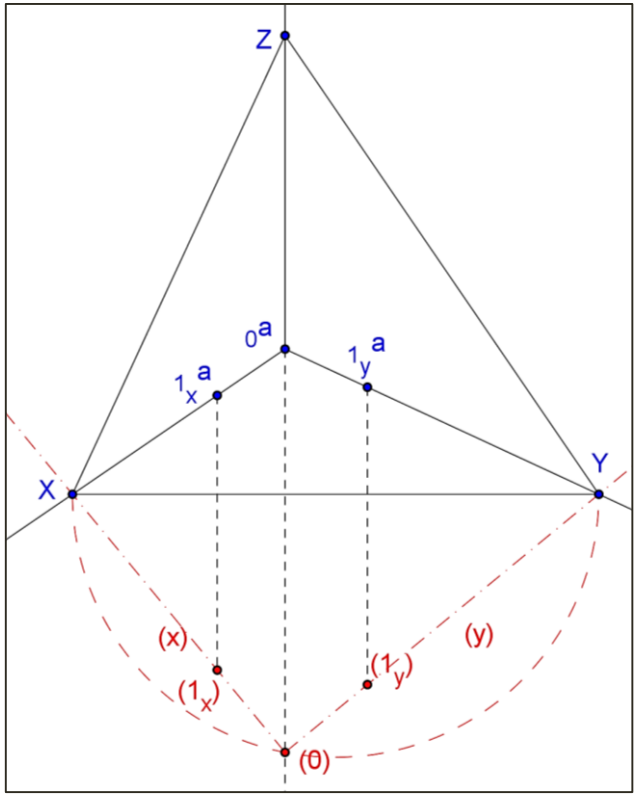


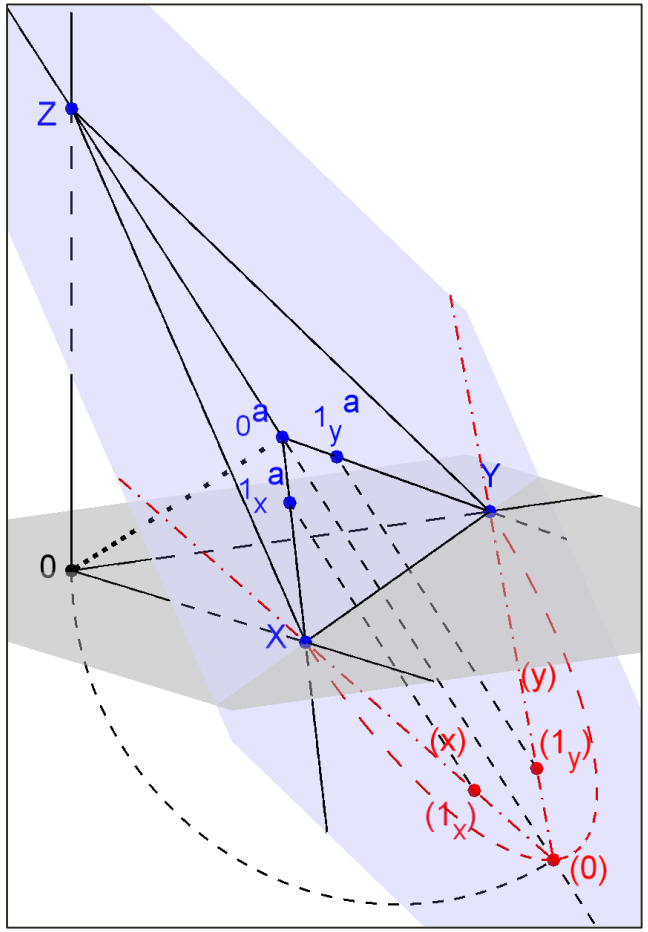
Otáčení pomocných průměten

Délky úseček se v pravoúhlé axonometrii zkracují (také jednotky na osách).
K určení průmětu bodu zadaného souřadnicemi je nutné souřadnicové osy (resp. souřadnicové roviny) otočit do axonometrické průmětny (axonometrická průmětna je v nákresně a útvary v ní jsou nezkreslené).

- Souřadnicové roviny otáčíme kolem stran axonometrického trojúhelníka pomocí otočení počátku soustavy souřadnic.
- Otáčíme-li např. půdorysnu, otočený počátek (O) leží na spojnici ZO a na Thaletově kružnici sestrojené nad úsečkou XY (souřadnicové osy x, y ve skutečnosti svírají úhel $90°$).
- Otočené osy $(x), (y)$ získáme spojením otočeného počátku (O) a bodů X, Y (při otáčení zůstávají na místě - leží v axonometrické průmětně).
- Na těchto otočených osách $(x), (y)$ už můžeme vynášet délky ve skutečné velikosti.

Pozn.: Otočené útvary značíme závorkami a čerchovanými čarami.

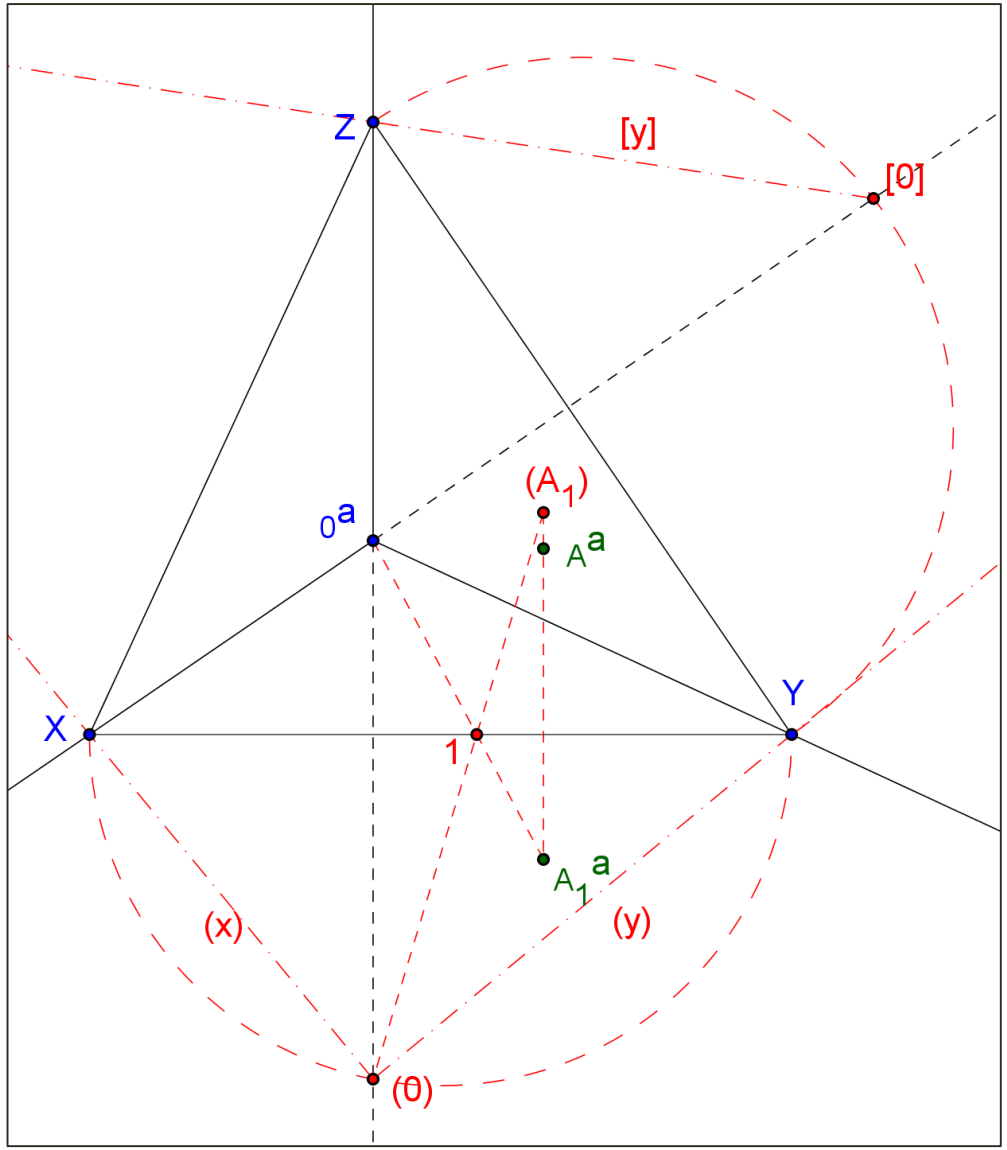




Mezi otočenými axonometrickými půdorysy a axonometrickými půdorysy platí **osová afinita v rovině** s osou XY, směr afinity je na XY kolmý.

Díky této afinitě můžeme otočené útvary také otáčet zpět.

Obdobně provádíme otáčení nárysny a bokorysny do axonometrické průmětny.

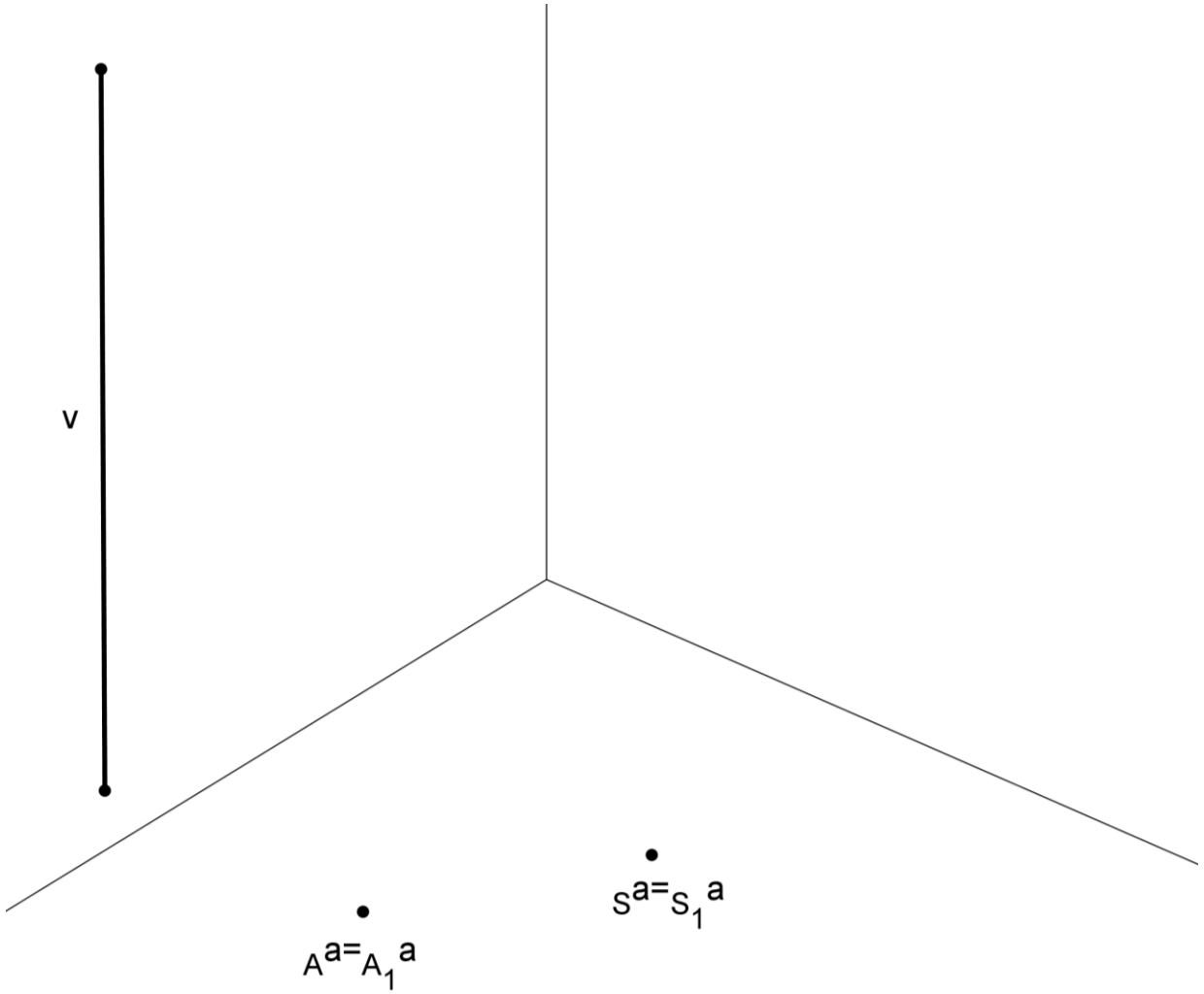


Podle délky jednotek na osách rozdělujeme axonometrie:

1. **trimetrie** – axonometrický trojúhelník je obecný a jednotky na osách jsou různé,
2. **dimetrie** – axonometrický trojúhelník je rovnoramenný a jednotky na dvou osách jsou stejné a na třetí je jiná,
3. **izometrie** – axonometrický trojúhelník je rovnostranný a jednotky na všech osách jsou stejné

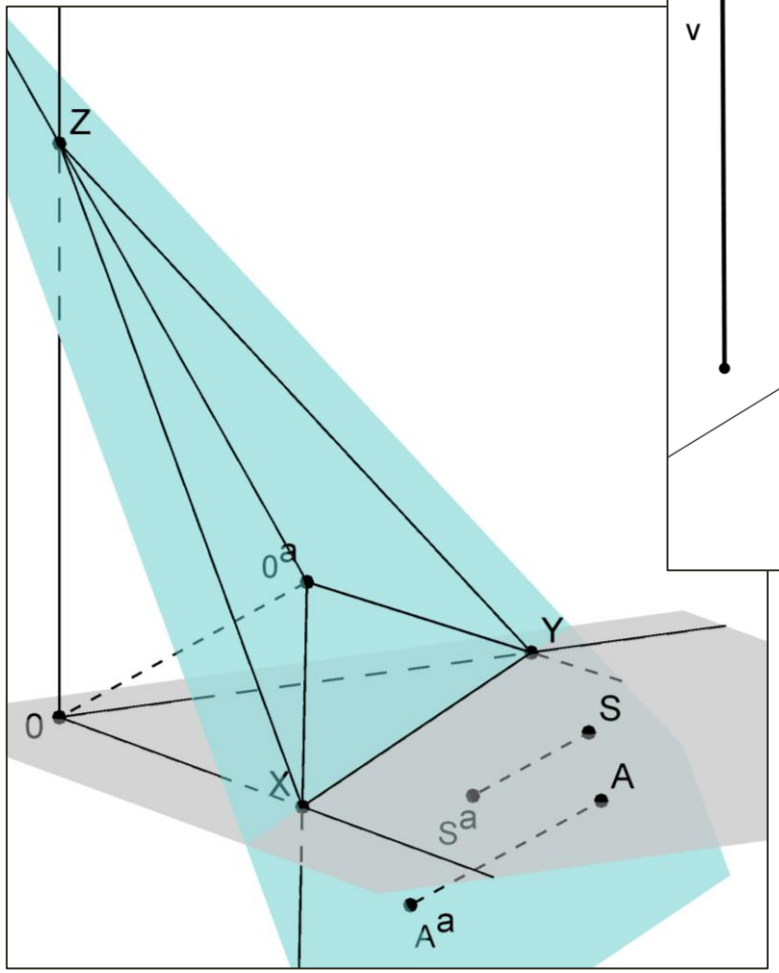
Příklad: Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ s podstavou v půdorysně, je-li dán střed podstavy S, vrchol podstavy A a výška jehlanu v.

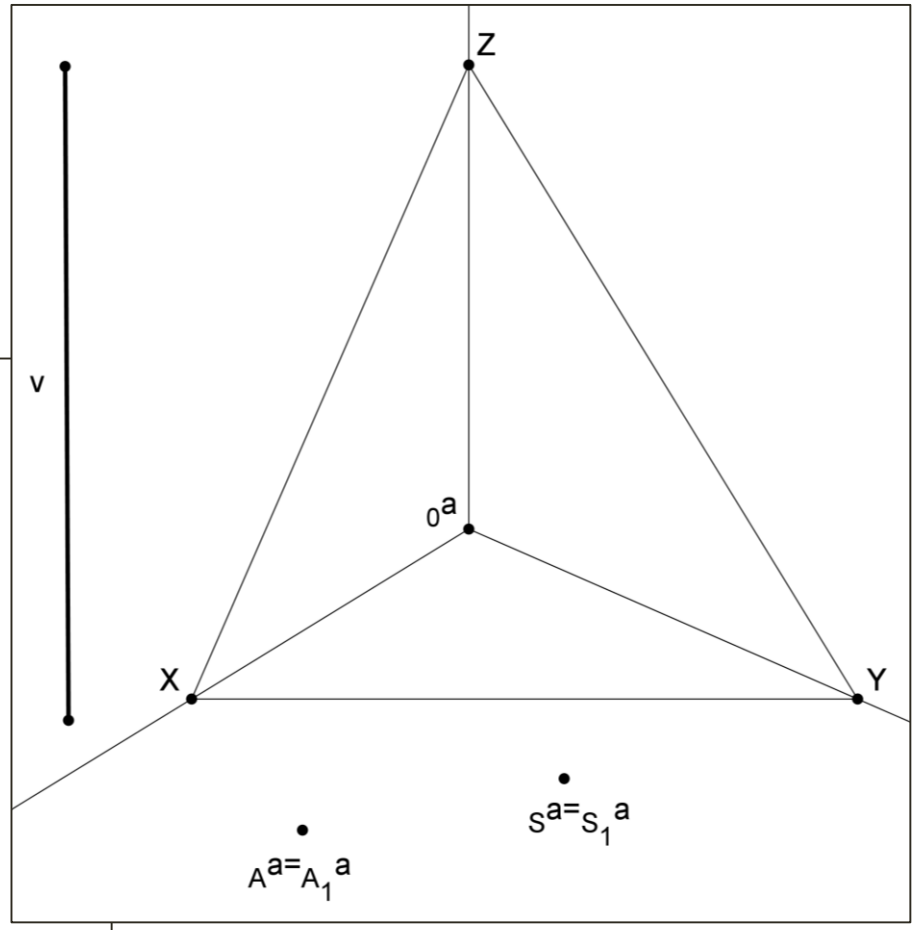
- PA je dána ax. osovým křížem.



1. sestrojíme axonometrický trojúhelník:

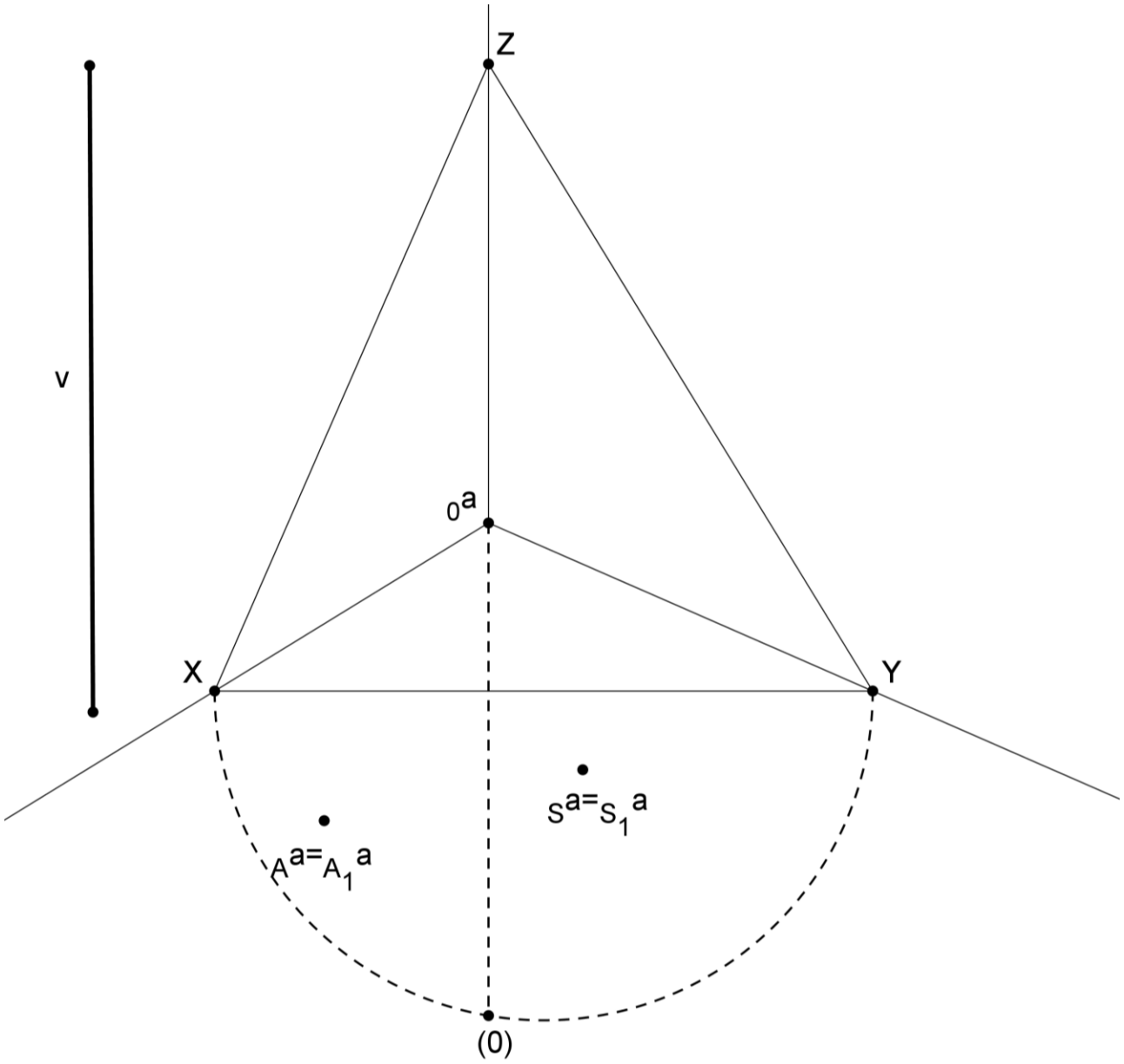
Na ose zvolíme libovolný bod a z něj vedeme kolmice k ostatním osám. Tím dostaneme zbylé dva vrcholy ax. trojúhelníka.





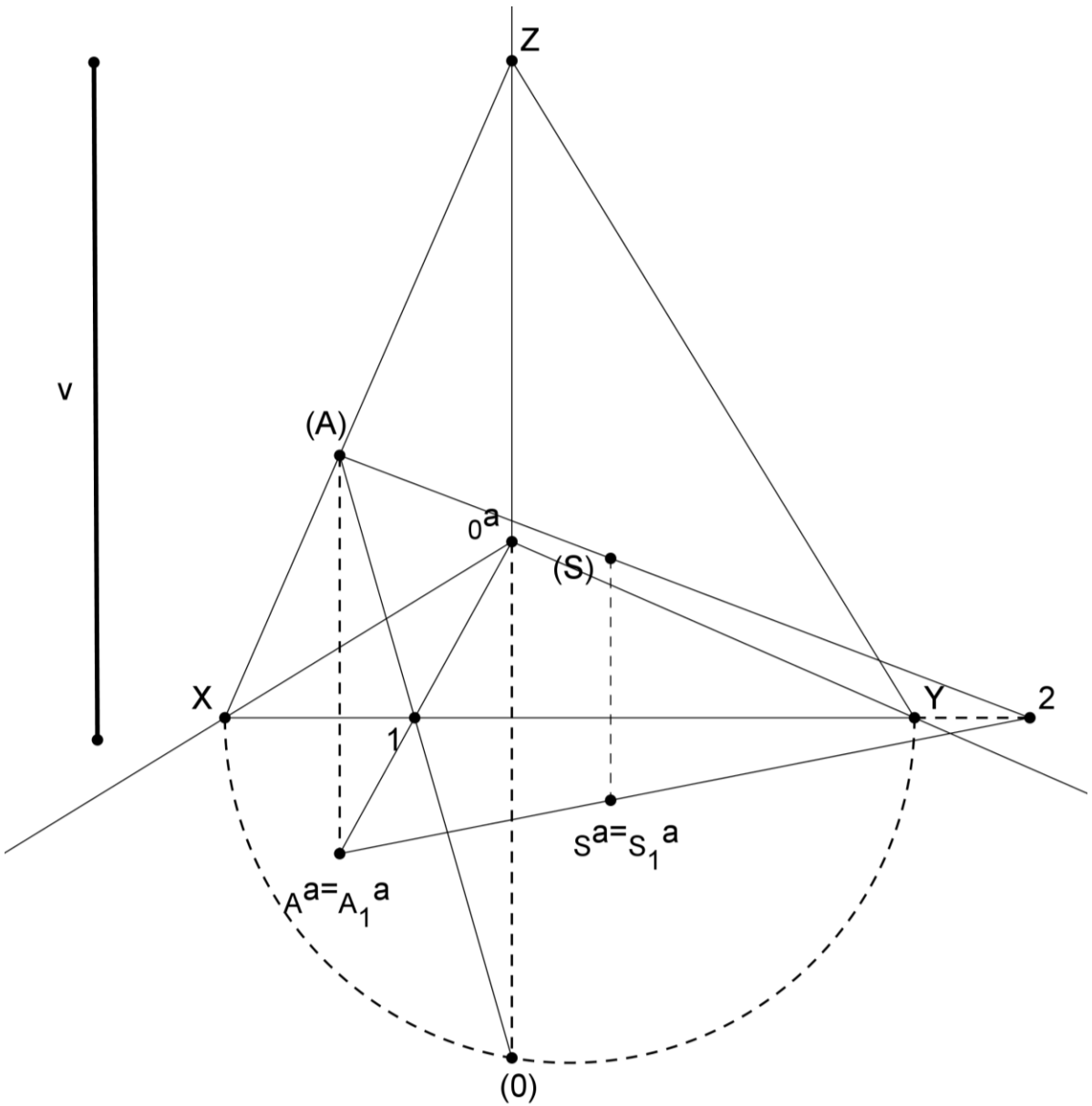
2. otočíme půdorysnu do axonometrické průmětny:

Otočený počátek (0) leží na Thaletově kružnici nad XY a na prodloužení osy z^a.



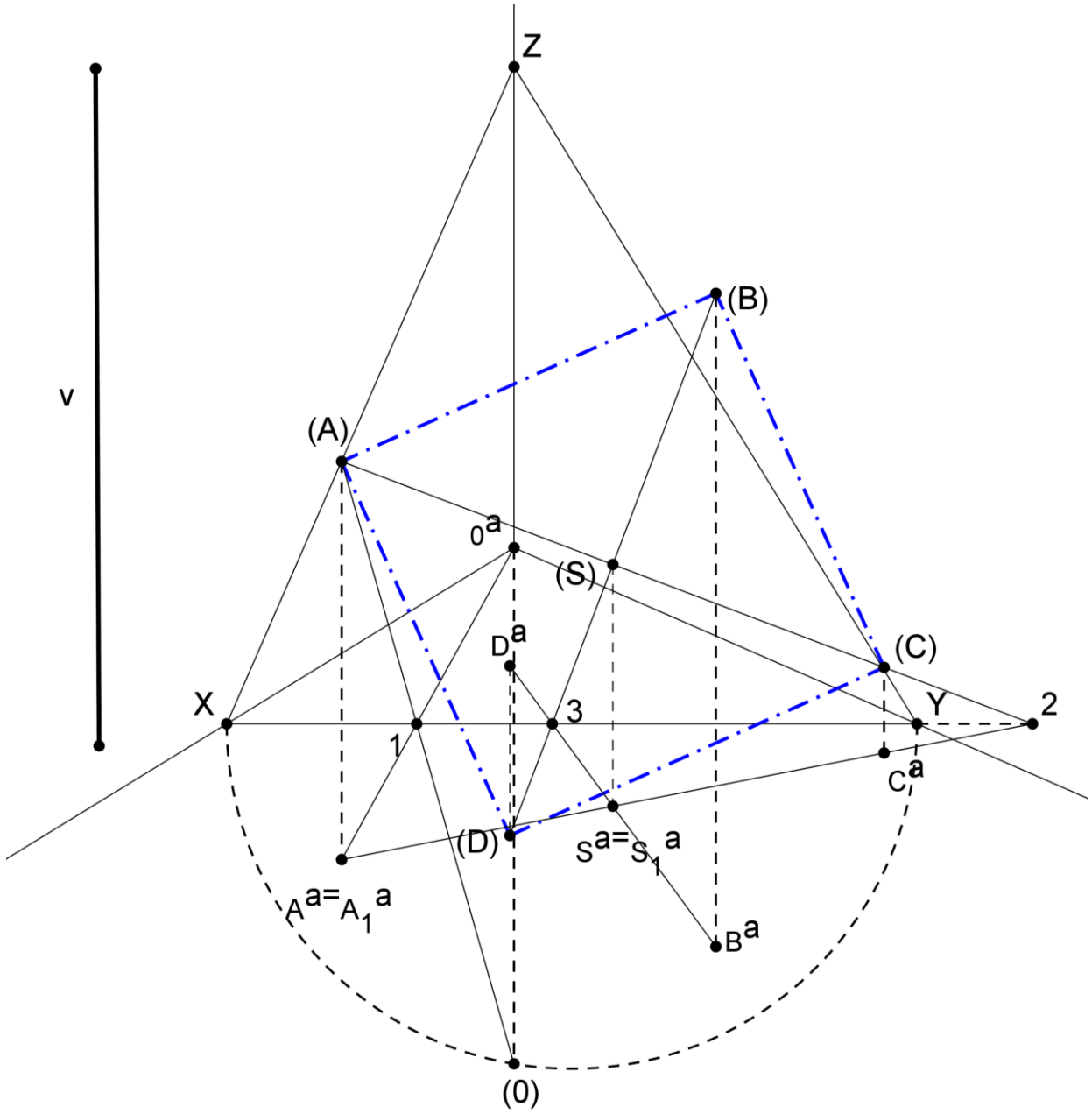
3. Pomocí afinity, jejíž osou je přímka XY a směr afinity je kolmý na osu s párem odpovídajících si bodů $(0)0^a$ určíme otočené body $(A), (S)$.

- $A^a 0^a \cap XY = 1, (A) \in 1(0) \wedge A^a(A) \perp XY$
- $A^a S^a \cap XY = 2, (S) \in 2(A) \wedge S^a(S) \perp XY$



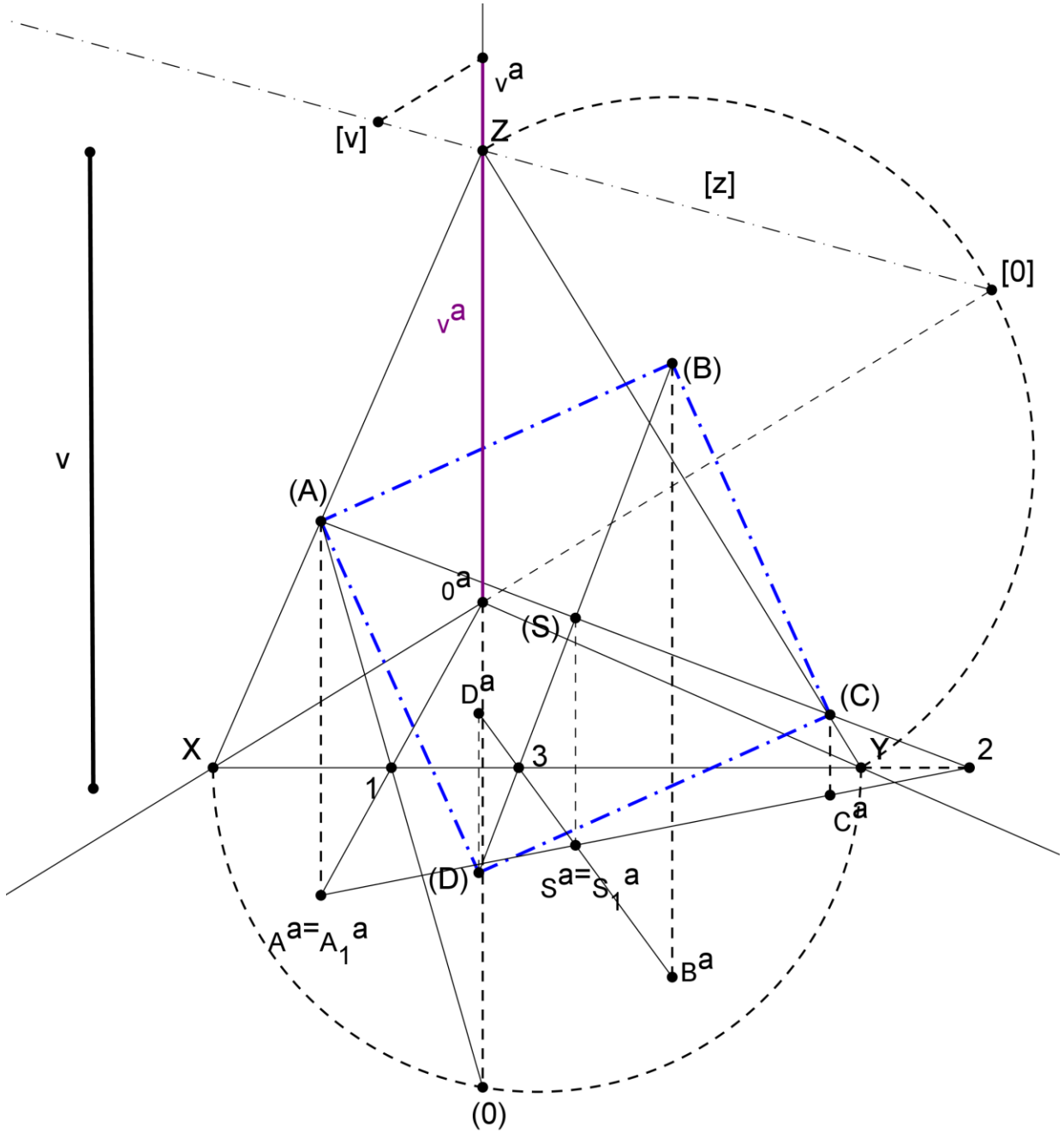
4. Sestrojíme podstavu jehlanu v otočení a pomocí afinity určíme axonometrické průměty vrcholů podstavy:

- $C^a \in 2A^a \wedge C^a(C) \perp XY$
- $(S) \in (B)(D), (B)(D) \cap XY = 3, \{B^a, D^a\} \in 3S^a \wedge B^a(B) \perp XY,\ D^a(D) \perp XY$



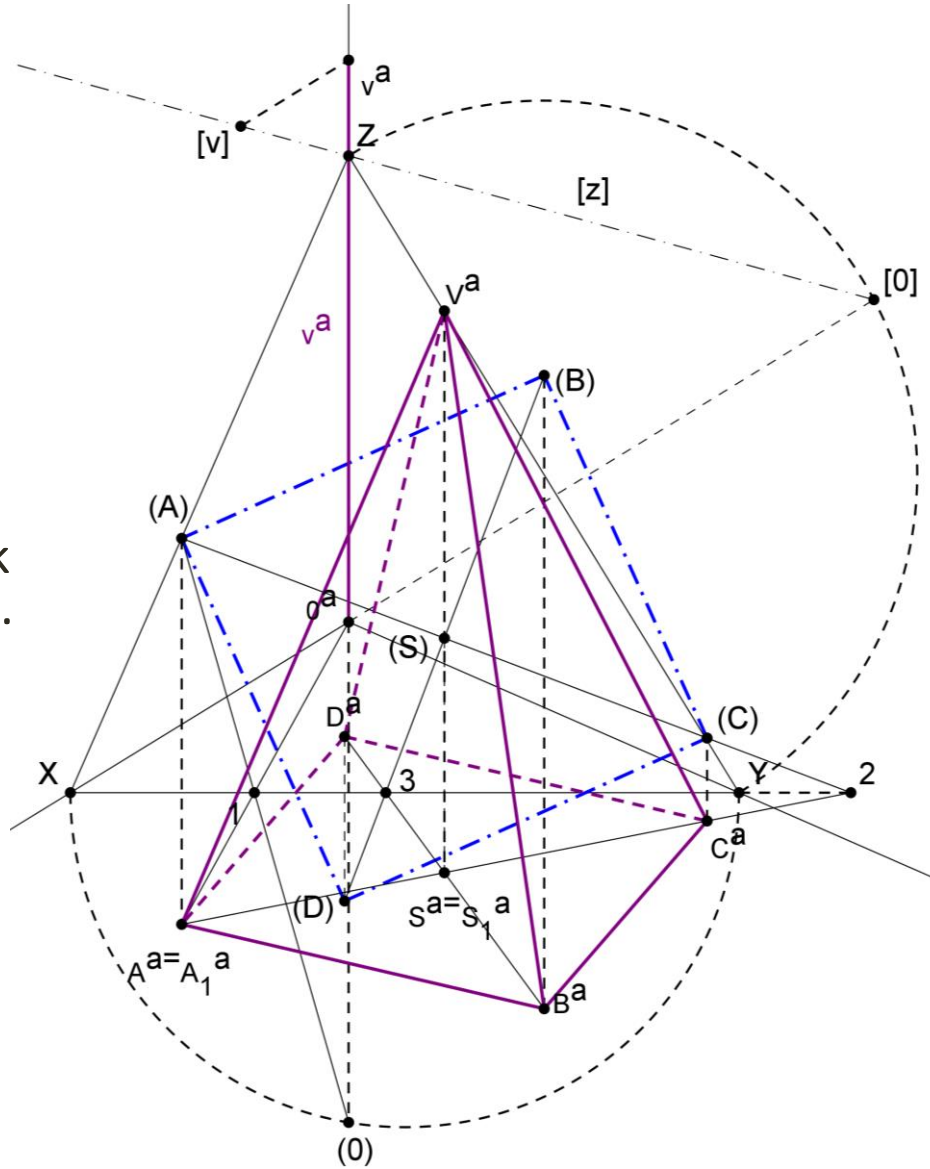
5. Určíme jak se v PA zkreslí výška jehlanu.

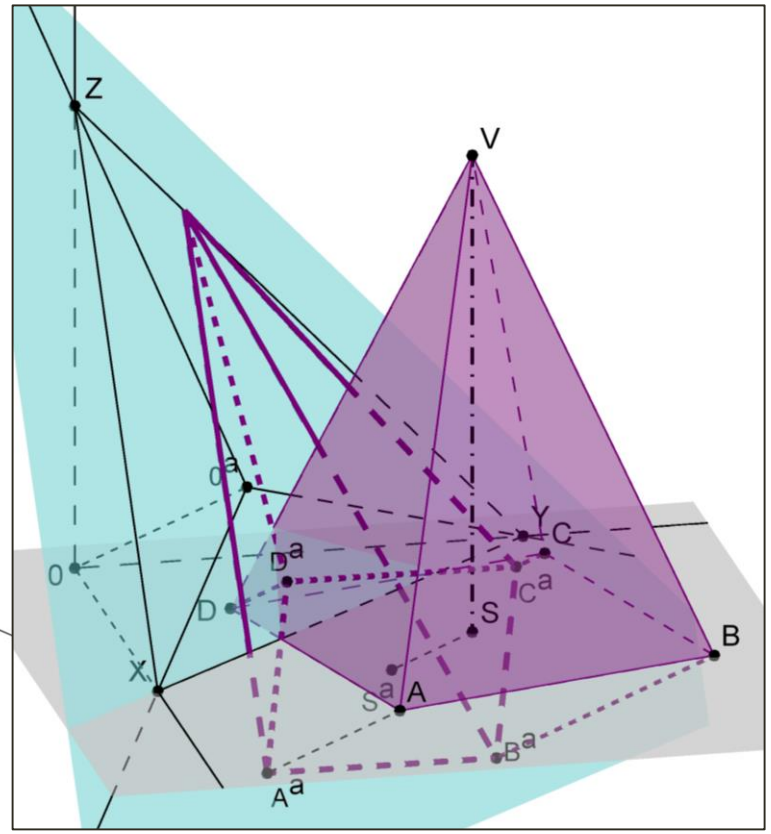
- Osa jehlanu je kolmá na půdorysnu, tedy je rovnoběžná s osou z. Otočíme proto nárysnu do axonometrické průmětny a na otočenou osu $[z]$ vyneseme skutečnou délku výšky jehlanu – získáme $[v]$.
- Z bodu $[v]$ spustíme kolmici na YZ a tím na ose z^a získáme zkreslenou délku výšky v^a.



6. Průmět vrcholu V jehlanu.

- V bodě S^a vedeme rovnoběžku s osou z^a, protože osa z je kolmá na půdorysnu.
- Od bodu S^a pak vyneseme zkreslenou výšku v^a a získáme tak ax. průmět vrcholu V^a.
- Spojíme axonometrické průměty vrcholů jehlanu a získáme ax. průmět jehlanu.
- Viditelnost jehlanu se řídí tím, co je blíže počátku vidět není.





ZOBRAZENÍ PŘÍMKY

Obrazem přímky v PA může být:

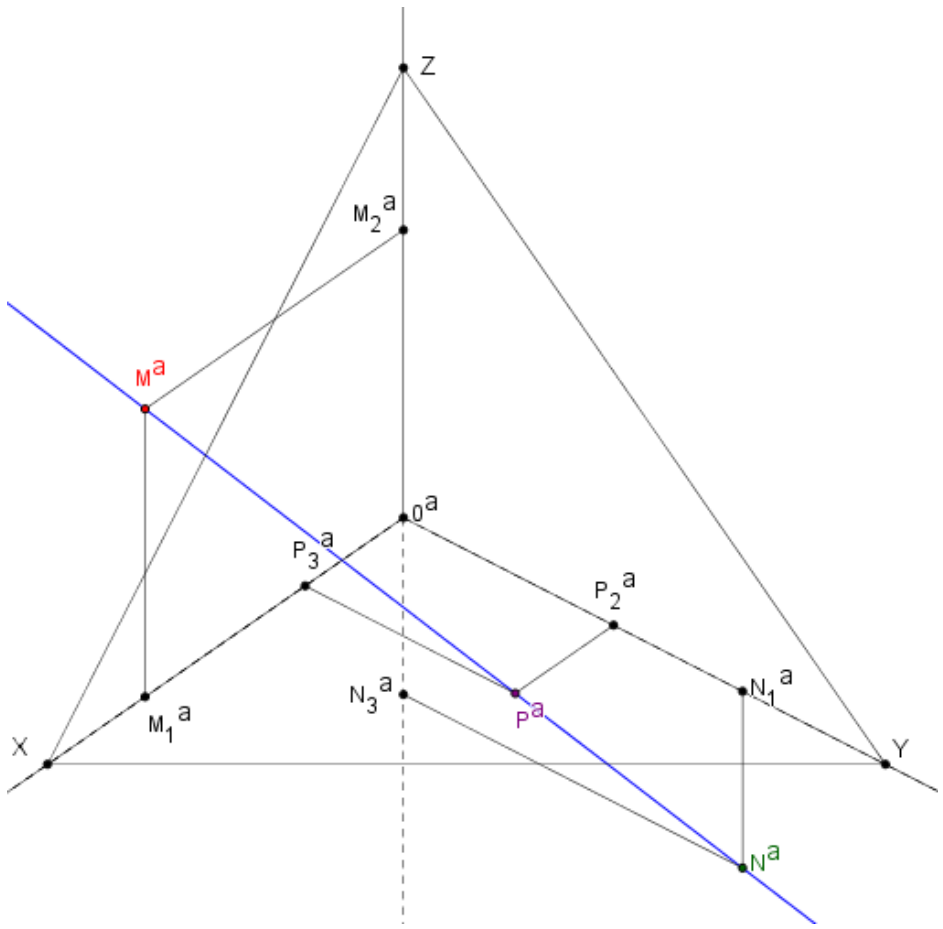
- bod – je-li přímka směru promítání, tedy je-li kolmá k průmětně,
- přímka – není-li přímka kolmá k průmětně.

Průsečíky přímky s průmětnami nazýváme **stopníky:**

- **půdorysný** stopník P je průsečík přímky s půdorysnou,
- **nárysný** stopník N je průsečík přímky s nárysnou,
- **bokorysný** stopník M je průsečík přímky s bokorysnou,
- **axonometrický stopník** R je průsečík přímky s axonometrickou průmětnou (axonometrický stopník nyní nebudeme určovat, protože není v polohových úlohách potřeba).

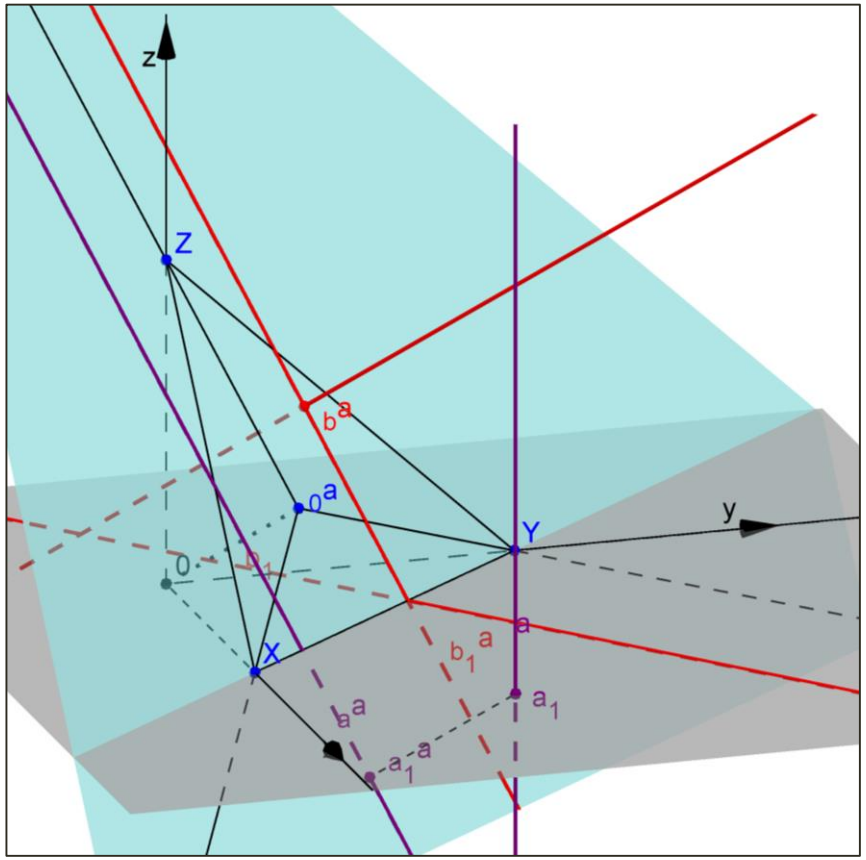
Každý ze stopníků má axonometrický průmět a pomocné axonometrické průměty.

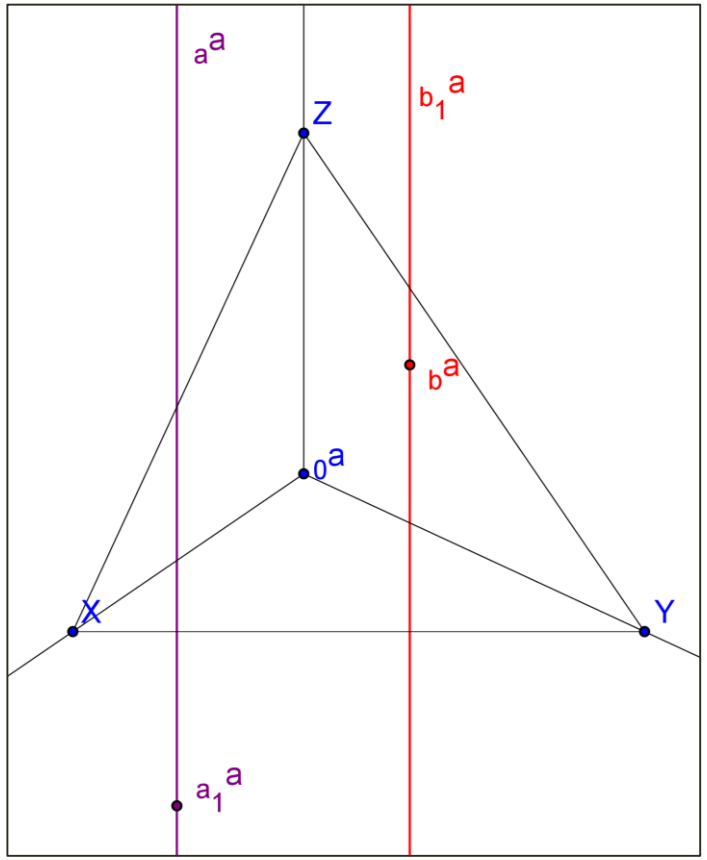
- Půdorys půdorysného stopníku splývá s půdorysným stopníkem $P_1 \equiv P$. Nárys nárysného stopníku splývá s nárysným stopníkem $N_2 \equiv N$. Bokorys bokorysného stopníku splývá s bokorysným stopníkem $M_3 \equiv M$.
- Protože x-ová a y-ová souřadnice bokorysného stopníku jsou nulové leží $M_1 \in x, M_2 \in z$. Nárysný stopník má x-ovou a z-ovou souřadnici nulovou a proto $N_1 \in y, N_3 \in z$. Půdorysný stopník má z-ovou a y-ovou souřadnici nulovou proto $P_2 \in y, P_3 \in x$.



Zvláštní polohy přímek vůči průmětnám

Přímka a je kolmá k půdorysně ($a \perp \pi$), přímka b je kolmá k axonometrické průmětně ($b \perp \rho$).

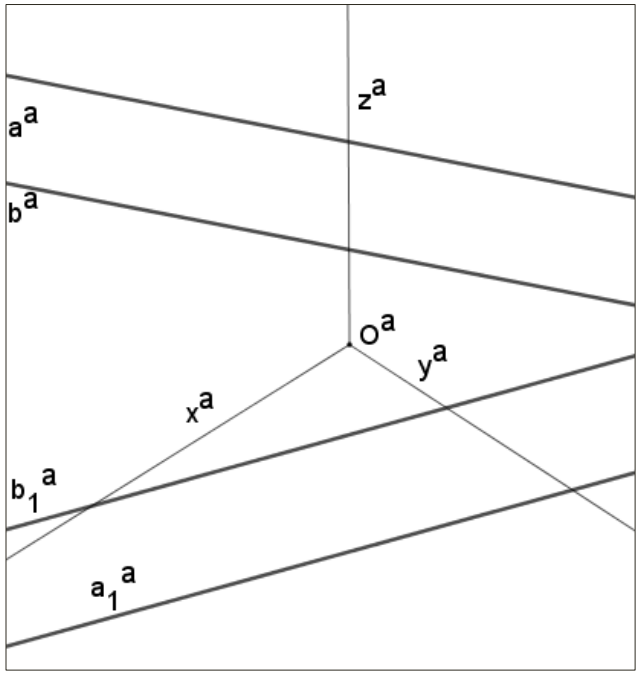


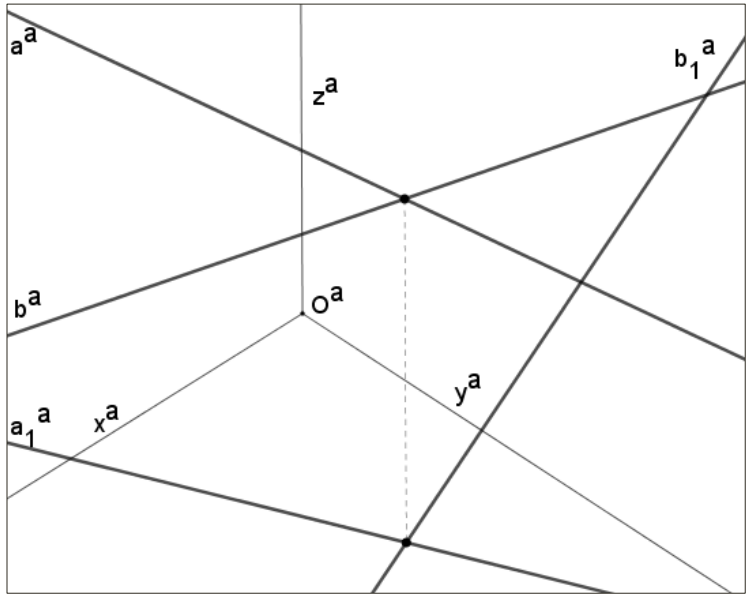


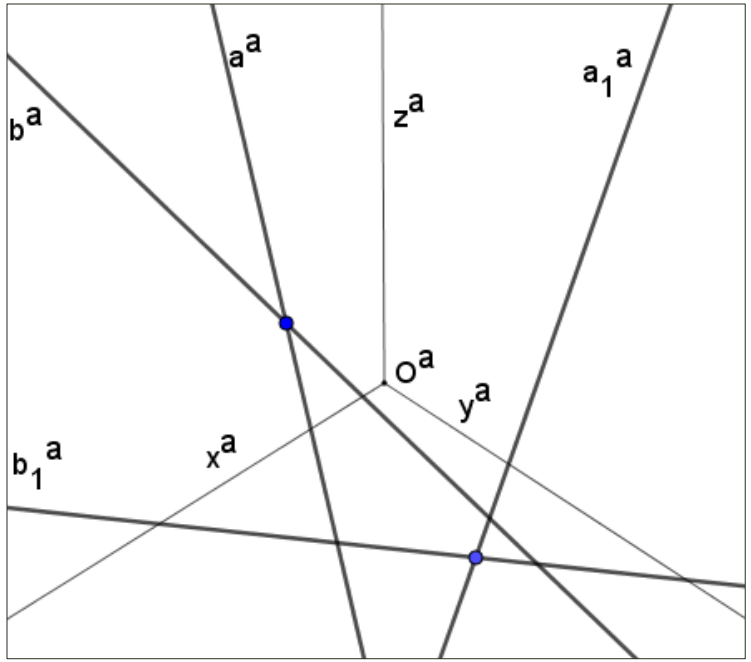
Zobrazení dvojice přímek

1. **Různoběžky** – zobrazí se jako různoběžky, průsečík leží na ordinále, není-li ani jedna z přímek kolmá k žádné z průměten
2. **Rovnoběžky** – zobrazí se jako rovnoběžky. Pokud jsou promítací, zobrazí se jako dva body.
3. **Mimoběžky** – zobrazí se jako různoběžky, jejichž průsečík neleží na ordinále.

   Pokud je jedna z přímek promítací, zobrazí se jako bod neležící na druhé přímce.





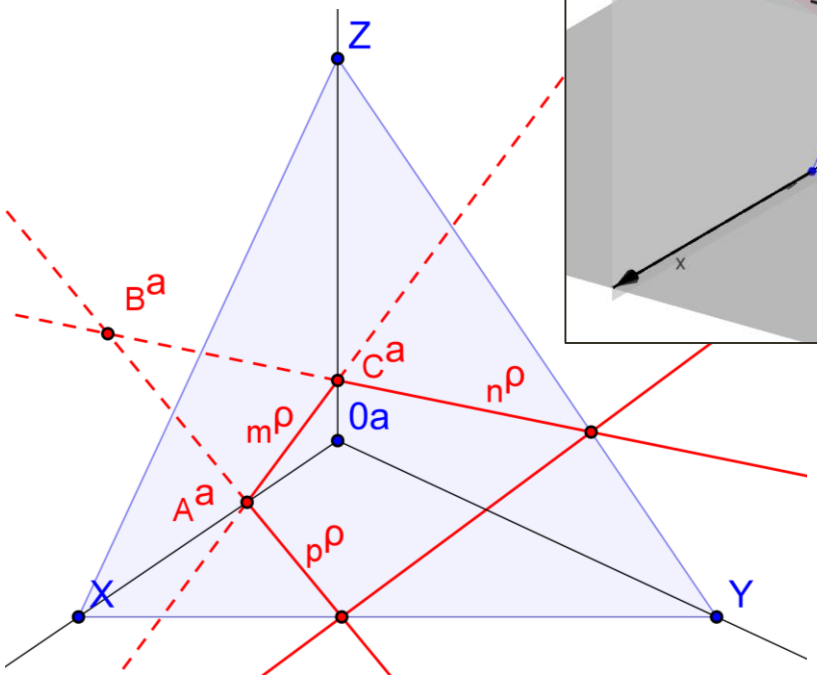


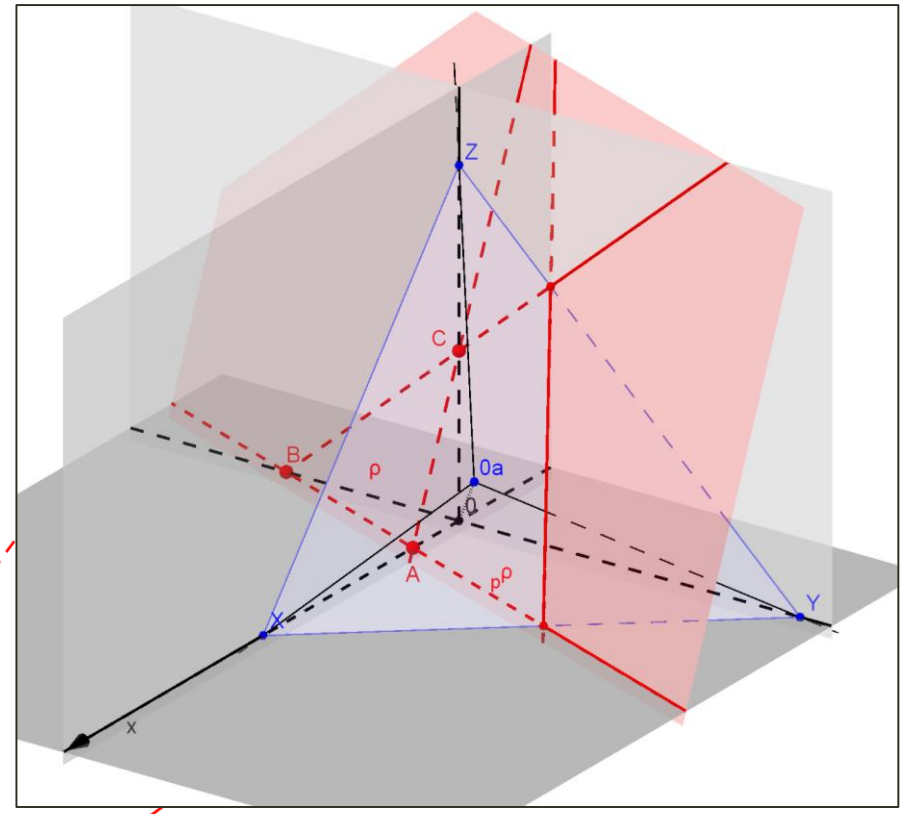
ZOBRAZENÍ ROVINY

Rovina se v PA zobrazí se jako celá průmětna nebo jako přímka, pokud je kolmá na některou z průměten.

Rovinu nejčastěji určujeme pomocí **stop**. Stopy jsou průsečnice roviny s průmětnami. Každá rovina má tedy čtyři stopy. **Půdorysná stopa** p^{α}, **nárysná stopa** n^{α}, **bokorysná stopa** m^{α}, **axonometrická** stopa r^{α}. Stopy se vždy po dvou protínají na osách!

Pozn.: Axonometrická stopa je průsečnice ax. trojúhelníku a roviny. Axonometrická stopa se v polohových úlohách nepoužívá, proto se o ní nyní nebudeme zmiňovat.

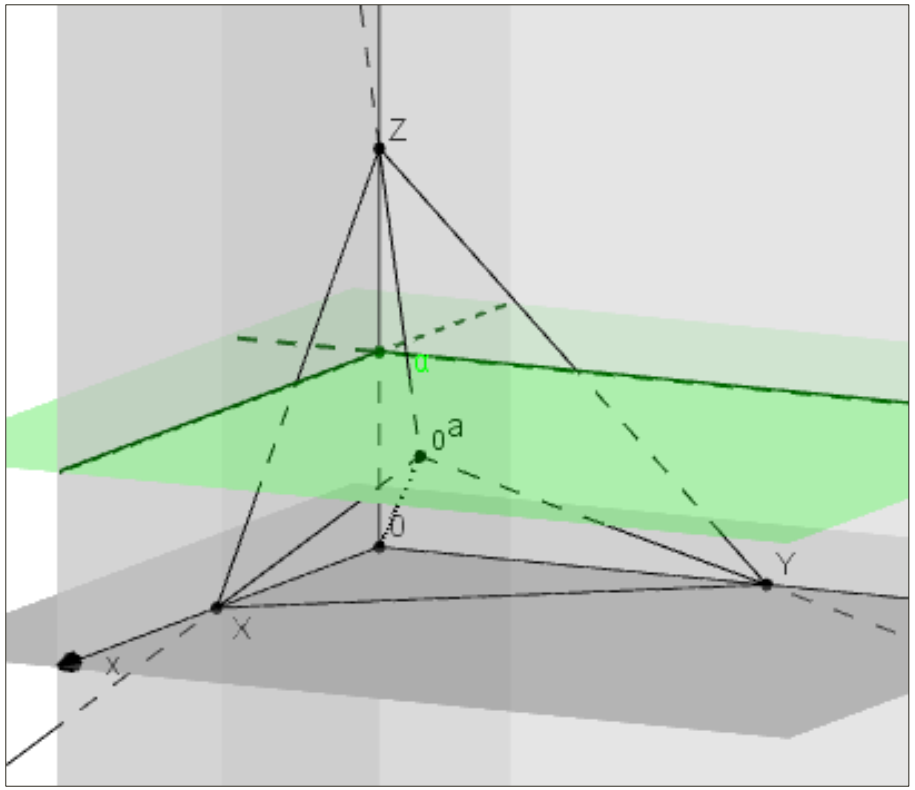


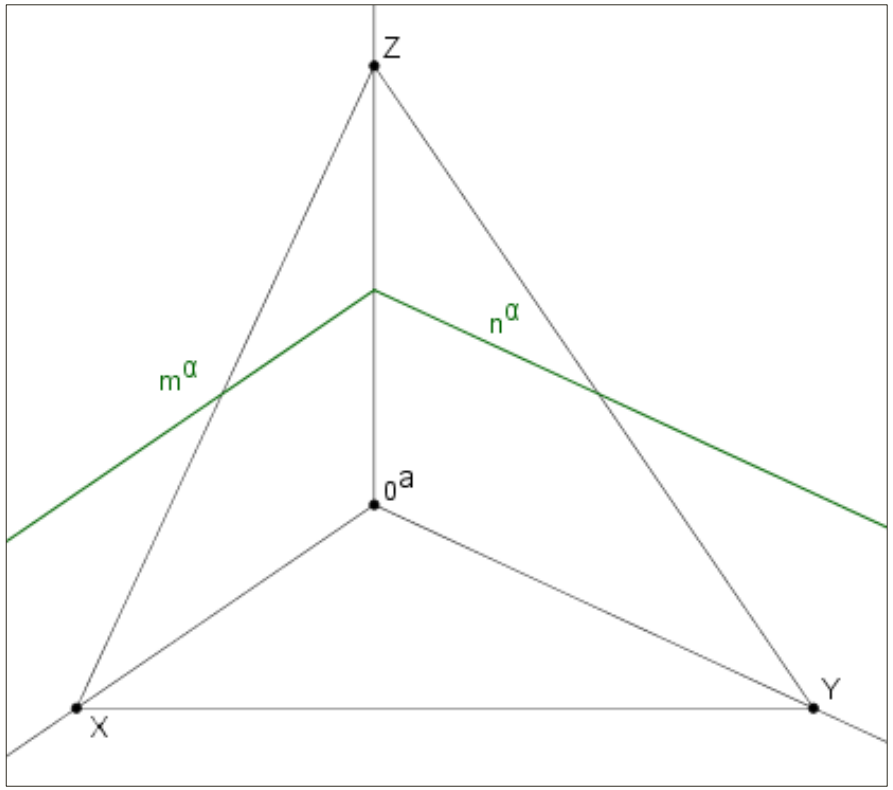


Speciální polohy roviny

a) **Rovina rovnoběžná s pomocnou průmětnou**: $\alpha \parallel \pi$

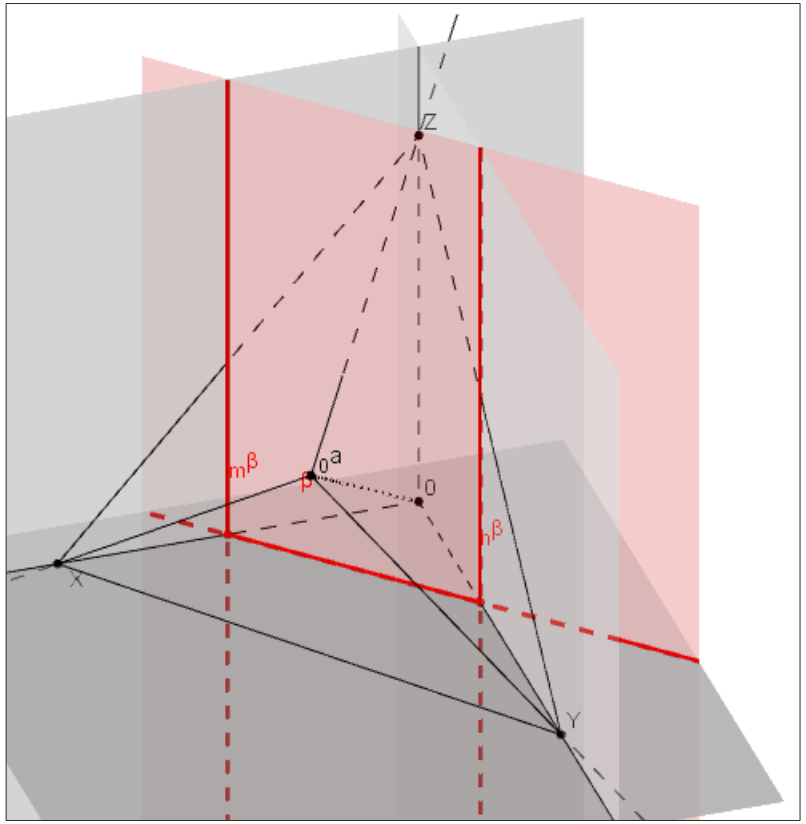
- má dvě stopy rovnoběžné se souřadnicovými osami

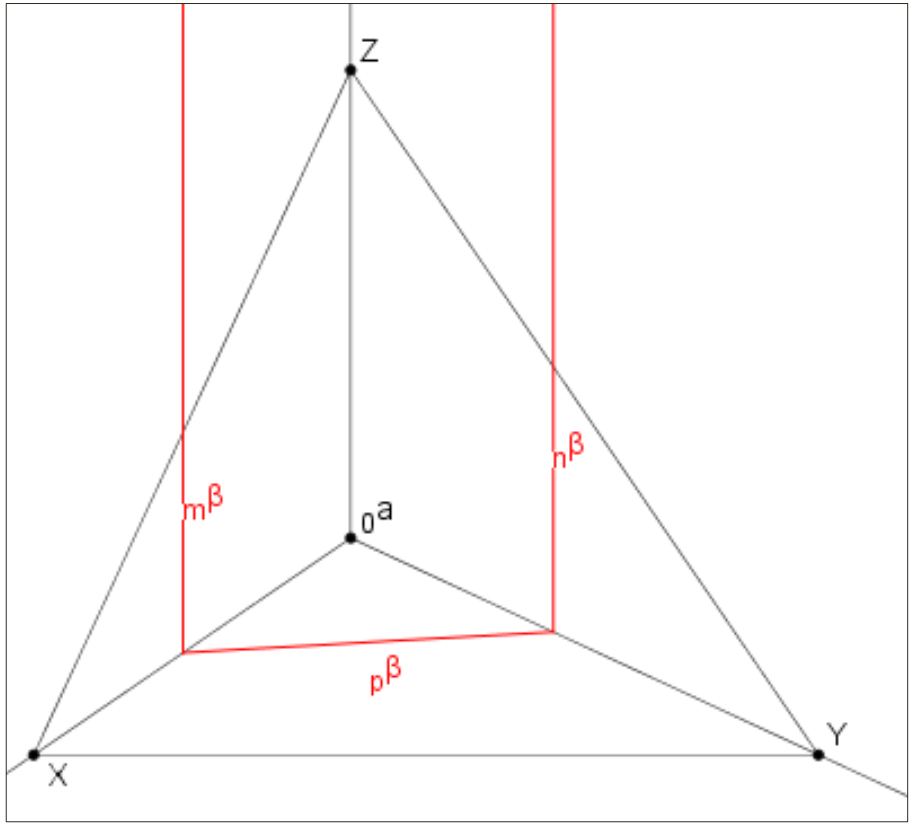




b) **Rovina kolmá k průmětně** (rovnoběžná se souřadnicovou osou)

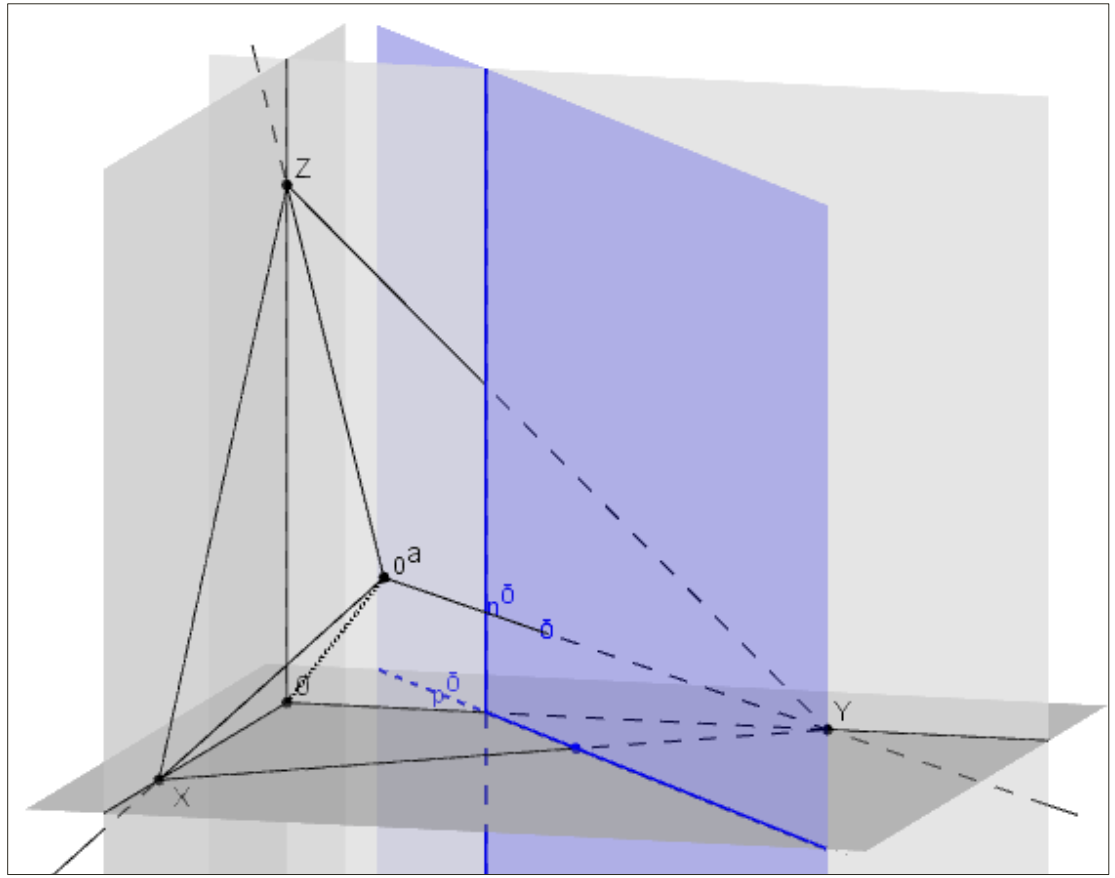
- dvě stopy roviny jsou rovnoběžné se souřadnicovou osou, se kterou je rovnoběžná rovina

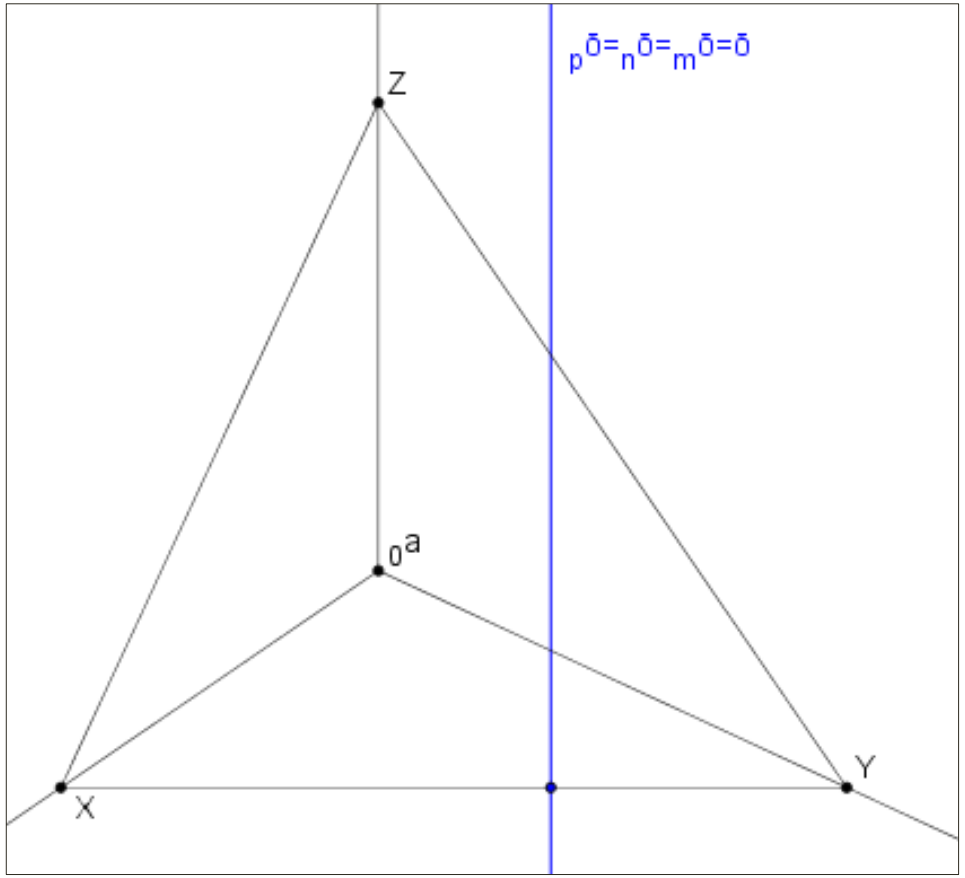




c) Rovina kolmá k axonometrické průmětně a zároveň kolmá k půdorysně

- všechny stopy roviny se zobrazí do jedné přímky kolmé k XY





Zobrazení dvojice rovin

1. **Rovnoběžné roviny** - mají rovnoběžné příslušné stopy.
2. **Různoběžné roviny** - příslušné stopy se protínají ve stopnících průsečnice těchto rovin (viz polohová úloha „průsečnice dvou rovin“).