

Příklady pro cvičení 1.–2. 12. 2020

1. Spočítejte

$$\int_a 3x^2y \, ds,$$

kde a je úsečka s krajními body $[1, 2]$ a $[3, 3]$.

2. Spočítejte

$$\int_b y \, ds,$$

kde b je část grafu $y = x^3$ s krajními body $[0, 0]$ a $[2, 8]$.

3. Spočítejte

$$\int_c (x^2 + y^2 + z^2) \, ds,$$

kde c je první oblouk ($t \in \langle 0, 2\pi \rangle$) šroubovice $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ a $z = bt$ pro $a, b > 0$.

4. Pro $x \in \langle -1, 1 \rangle$ spočítejte délku řetězovky

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

5. Spočítejte délku asteroidy $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ ($a > 0$) pro $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. (Nápověda: pomocí integrálu počítejte délku pouze jednoho oblouku).
6. Nalezněte souřadnice těžiště křivky c dané $x^2 + y^2 = 1$ pro $y \geq 0$ s délkovou hustotou $h(x, y) = 2 - y$.
7. Nalezněte souřadnice těžiště prvního oblouku cykloidy $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ pro $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$ a $a > 0$. Při výpočtu se může hodit délka cykloidy, která je spočítána ve videu o křivkovém integrálu.