

1. Nalezněte řešení Cauchyovy úlohy pro soustavu

$$\mathbf{y}'(x) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{y}(x) + \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{y}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

(25 bodů)

2. Vypočítejte objem tělesa, které je ohraničené zdola paraboloidem $z = x^2 + y^2$ a shora sférou $x^2 + y^2 + z^2 = 6$. (Při výpočtu je vhodné použít válcové souřadnice.)

(25 bodů)

3. Je dána funkce $f(x, y, z) = z \cdot \sin(2x^3y)$. Spočtěte její (směrovou) derivaci v bodě $A = [2, 0, 3]$ ve směru vektoru $\mathbf{v} = (0, -5, 12)$.

(25 bodů)

4. Vyřešte

$$y'' + 5y' - 6y = 14e^t$$

s počátečními podmínkami $y(0) = 3$ a $y'(0) = 19$. (Obě metody řešení jsou možné, o něco lépe vychází asi klasický postup bez Laplaceovy transformace.)

(25 bodů)

Hodnocení: 90-100 bodů = výborně, 80-89 bodů = výborně minus, 70-79 bodů = velmi dobře, 60-69 bodů = velmi dobře minus, 50-59 bodů = dobře a 0-49 bodů neuspěl(a).