

Příklad 1. Vyjádřete jako těleso mezi grafy spojitých funkcí obor B ohraničený plochami:

(a) $x = 0, x = 6, y = 0, y = 3, z = 0, z = 2,$

(b) $x = 0, y = 0, z = 0, 2x + y + z = 3,$

(c) $z = \frac{h}{a}\sqrt{x^2 + y^2}, z = h \ (a, h > 0).$

Příklad 2. Vypočtěte $\iiint_B f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$, je-li:

(a) B jako v Příkladu 1(a), $f(x, y, z) = x^2yz,$

(b) B jako v Příkladu 1(b), $f(x, y, z) = 2x - y - z.$

Příklad 3. Proveďte transformaci oboru B pomocí válcových souřadnic, je-li:

(a) B jako v Příkladu 1(c),

(b) obor B ohraničený plochami $x^2 + y^2 + z^2 = 2, z = x^2 + y^2.$

Příklad 4. Proveďte transformaci oboru B pomocí kulových souřadnic, je-li obor B ohraničený plochami:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = 9, z = \sqrt{x^2 + y^2}$ (uvnitř sféry, vně kuželu, nad rovinou xy),

(b) $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = \sqrt{x^2 + y^2}$ (uvnitř sféry, uvnitř kuželu).

Příklad 5. Vypočtěte objem tělesa B , je-li:

(a) B jako v Příkladu 1(c),

(b) B jako v Příkladu 4(a).

Příklad 6. Vypočtěte hmotnost a určete souřadnice tělesa B s hustotou $h(x, y, z)$, je-li:

(a) B jako v Příkladu 3(b), $h(x, y, z) = k, k > 0,$

(b) B jako v Příkladu 4(b), $h(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$