

Základní pojmy teorie grafů

Pro studenty FP TUL

Graf je dvojice (V, E) , kde V je konečná množina, jejíž prvky nazýváme *vrcholy*, E je množina dvojic vrcholů, nazýváme je *hrany*.

Budeme pracovat s *neorientovanými grafy*. To znamená, že pro $u, v \in V$ jsou hrany uv, vu totožné, tj. $uv = vu$.

Sled je posloupnost vrcholů $v_0v_1 \dots v_n$, v níž jsou každé dva sousední vrcholy spojeny hranou. Tj. pro $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ je $v_iv_{i+1} \in E$.

Tah je sled, který obsahuje každou hranu nejvýše jednou. Tj. pro $i, j \in \{0, 1, \dots, n-1\}$, $i \neq j$ je $v_iv_{i+1} \neq v_jv_{j+1}$.

Cesta je tah, který obsahuje každý vrchol nejvýše jednou. Tj. pro $i, j \in \{0, 1, \dots, n\}$, $i \neq j$ je $v_i \neq v_j$.

Kružnice (cyklus) je tah, který má stejný počáteční a koncový vrchol, tj. $v_0 = v_n$ a ostatní vrcholy obsahuje nejvýše jednou, tj. pro $i, j \in \{0, 1, \dots, n-1\}$, $i \neq j$ je $v_i \neq v_j$.

Graf nazveme *souvislým*, pokud lze každou dvojici vrcholů spojit cestou.

Strom je souvislý graf bez cyklů (kružnic).

V grafu, který je strom nazýváme *listem* vrchol, který je obsažen v právě jedné hraně.

Podgrafem grafu $G = (V, E)$ je graf $G' = (V', E')$, kde $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$ a E' spojuje jen vrcholy z V' .

Jinak řečeno: z množiny vrcholů V můžeme a nemusíme odebrat některé vrcholy. V množině hran E nejdříve necháme jen ty, které spojují vrcholy z V' a pak ještě můžeme a nemusíme některé z nich odebrat.

Pokud je $V \neq V'$ nebo $E \neq E'$, mluvíme o vlastním podgrafu.

Komponenta grafu je jeho podgraf, který je souvislý a není vlastním podgrafem žádného souvislého podgrafu.

Graf nazveme *klikou*, pokud jsou každé dva jeho vrcholy spojeny hranou.

Graf nazveme *rovinným grafem*, pokud lze vrcholy a hrany nakreslit do roviny, vrcholy jako body a hrany jako úsečky vrcholy spojující, které se protínají jen ve společných vrcholech (říkáme, že se navzájem nekříží). Místo úseček často kreslíme spojitě křivky. Vždy jde změnou poloh vrcholů překreslit na úsečky.