

BFS, DFS s časovou složitostí

VSTUP:

Graf $G = (V, E)$, $n := |V|$, $m := |E|$.

VÝSTUP:

Komponenta grafu obsahující zadaný vrchol v .

Počet komponent.

Používáme strukturu: LIFO pro DFS a FIFO pro BFS. V pseudokódu označujeme strukturu symbolem S .

PSEUDOKÓD hledání komponenty obsahující vrchol v
Pro každý vrchol v si budeme udržovat jeden ze stavů:
navštívený, nenavštívený, ve struktuře.

1. pro $w \in V$
2. stav $w \leftarrow$ nenavštívený
3. vrchol v_0 vlož do S
4. stav $v_0 \leftarrow$ ve struktuře
5. dokud je S neprázdná
6. odeber z S vrchol u
7. stav $u \leftarrow$ navštívený
8. pro všechny hrany $uw \in E$
9. pokud stav $w =$ nenavštívený
10. vlož w do S
11. stav $w \leftarrow$ ve struktuře
12. Výstup algoritmu: navštívené vrcholy tvoří komponentu grafu

Rozbor časové složitosti:

Označme K komponentu grafu obsahující vrchol v_0 .

Označme $\deg(u)$ počet hran vycházejících z vrcholu u . Jinými slovy počet sousedů vrcholu u .

$\sum_{u \in V} \deg(u) = 2m$ protože je každá hrana započítána v součtu dvakrát (jednou za každý vrchol).

$\sum_{u \in K} \deg(u)$ je ze stejného důvodu rovno dvojnásobku hran v komponentě K .

Cyklus na řádcích 1 – 2 provedeme n -krát (za každý vrchol jednou).

Cyklus na řádcích 5 – 12 provedeme nejvýše n -krát, protože každý vrchol bude ve struktuře nejvýše jednou, respektive vrcholy z K právě jednou a ostatní ani jednou.

Vnitřní cyklus na řádcích 8 – 12 provedeme pro vrchol u $\deg(u)$ -krát.
V rámci vnějšího cyklu 5 – 12 provedeme cyklus 8 – 12 $\sum_{u \in K} \deg(u)$ -krát.

Závěr:

Časová složitost cyklu 1 – 2 je $O(n)$.

Časová složitost cyklu 5 – 12 je $O(m)$.

Celková časová složitost algoritmu je $O(n + m)$.

PSEUDOKÓD pro získání počtu komponent

Opět budeme pro každý vrchol v udržovat jeden ze stavů:
navštívený, nenavštívený, ve struktuře.

1. pro $v \in V$
2. stav $v \leftarrow$ nenavštívený
3. počet komponent $\leftarrow 0$
4. pro $v \in V$
5. pokud stav $v =$ nenavštívený
6. počet komponent zvyš o jedna
7. proved' řádky 3 – 11 předchozího pseudokódu
8. Výstup algoritmu: počet komponent

Přes komponenty se nasčítá časová složitost na $O(n + m)$.