

## Notace velké O (big O notation)

Provedeme časovou analýze algoritmu select sort na souboru dat velikosti  $n$ .

### Algoritmus

1. Data uložíme do listu: [5, 7, 12, 2, 8, 21, 4]
2. Projdeme celý list, vybereme nejmenší prvek a vyměníme ho s prvním prvkem: [2, 7, 12, 5, 8, 21, 4]
3. Projdeme list od druhého prvku, najdeme nejmenší prvek, vyměníme s druhým prvkem [2, 4, 12, 5, 8, 21, 7]
- ⋮

### Výpočet počtu operací algoritmu

1. Uložíme 7 čísel.
2. Při hledání minima načteme všech 7 prvků listu, provedeme 6 porovnání a případně jednu výměnu prvků.
3. Při hledání minima načteme 6 prvků, provedeme 5 porovnání a případně jednu výměnu prvků.
- ⋮

V případě listu velikosti  $n$

1. Uložíme  $n$  čísel.
2. Při hledání minima načteme všech  $n$  prvků listu, provedeme  $n - 1$  porovnání a případně jednu výměnu prvků.
3. Při hledání minima načteme  $n - 1$  prvků, provedeme  $n - 2$  porovnání a případně jednu výměnu prvků.
- ⋮

Sečteme počet operací:

1. Čtení prvků:  
pro  $n = 7$  dostaneme  $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 28$  operací  
v obecném případě dostaneme  $n + (n - 1) + \dots + 2 = \frac{1}{2}n(n + 1) - 1$  operací.

2. Porovnávání:

pro  $n = 7$  dostaneme  $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$  operací

v obecném případě dostaneme  $(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = \frac{1}{2}n(n - 1)$  operací.

3. Výměna prvků:

pro  $n = 7$  dostaneme až 6 operací

v obecném případě dostaneme až  $n - 1$  operací.

Celkem až

$$\frac{1}{2}n(n + 1) - 1 + \frac{1}{2}n(n - 1) + n - 1 = n^2 + n - 2$$

### Asymptotický počet operací

Zajímá nás přibližný počet operací pro velká  $n$ . Zanedbáme  $n - 2$  proti  $n^2$

$$n^2 + n - 2 \doteq n^2$$

a říkáme, že časová složitost (tj. doba běhu, která je úměrná počtu operací) je  $O(n^2)$ . Čteme velké  $O$   $n^2$ .

### Obecný případ

Pokud by počet operací vyšel například  $\frac{1}{2}(n^3 + 3n^2 + 102n - 50)$ , tak zanedbáme nižší mocniny  $n$  a dostaneme

$$\frac{1}{2}(n^3 + 3n^2 + 102n - 50) \doteq \frac{1}{2}n^3$$

Faktor  $1/2$  zanedbáme ze dvou důvodů:

1. Při analýze algoritmu počítáme rozličné operace, které můžou mít různou dobu trvání. Tím zaneseme do výpočtu další faktor. Pro zjednodušení výpočtu dobu trvání operace neuvažujeme. Z toho důvodu nemá smysl uvažovat ani faktor  $1/2$ .
2. Zajímá nás, jak se změní doba výpočtu, když vstup zvětšíme například stokrát. Vstup o velikosti  $100n$  trvá  $10^4$  krát déle než vstup velikosti  $n$  v obou případech – pro  $1/2n^2$ , i pro  $n^2$ .

Po zanedbání nižších mocnin  $n$  a faktoru  $1/2$  dostaneme výsledek: doba běhu algoritmu na datech velikosti  $n$  trvá  $O(n^3)$  časových jednotek.