

Přehledy najdete na druhé straně listu.

I. 2f 3e 4c 7b

II. 10c 11d 12a 14b

(za každý příklad 1 bod, další
za celkovou správnost I, do cel. z. II)

Ve středu 24.10.2012:

1) Grafy exponenciálních
a logaritmických funkcí,
speciálně pro základ $a > 1, a \in (0, 1)$.

2) Exponenciální rovnice

úpravy 1, 2

substituce 3, 5, 7

(5a, 7c, d - za $\frac{a^x}{a^x}$)

úpravy a logaritmování

rovnice 4, 6

3) Logaritmické rovnice

odlogaritmování rovnice 9, 10

-1 - a úpravy 11, 12, 13

substituce 14

5. Exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice

5.1 Exponenciální rovnice

1 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2^{3x-1} \cdot 4 = 8^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- b) $\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[6]{16}$
- c) $\frac{1}{3x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{27^3-3x} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{x+3}$
- d) $0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = 1$

2 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $3^x + 3^{x+1} = 108$
- b) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^{x+3} = \frac{21}{8}$
- c) $7 \cdot 4^{-x+2} = 3 \cdot 4^{-x+3} - 5$
- d) $\frac{4}{5} \cdot 5^0 + 5^{-1} - 25^x + 20 \cdot 25^{x-1} = 0$
- e) $3^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = \frac{5}{3}$
- f) $2^{2x} \cdot 5^{-x} - 2^{2x-1} \cdot 5^{x+1} = -600$

3 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 8 = 0$
- b) $\frac{1}{4} \cdot 2^x + \frac{1}{2} \cdot 4^x = 9$
- c) $9 \cdot 3^x + 3^{-x} = 10$
- d) $9^{x-0,5} + 9^{0,5-x} = \frac{10}{3}$
- e) $2\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$
- f) $5^{2x} \cdot (5^{2x} - 5) = 3 \cdot (5^{2x+1} + 5^{2x}) + 50$

4 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $3^x + 3^{x+1} = 7 \cdot 4^x - 4^{x+1}$
- b) $2^{x-1} - 2^{x-2} = 5^{x-3} + 2^{x-3}$
- c) $2 \cdot 4^x + 5^{x-\frac{1}{2}} = 5^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$
- d) $3^x + \frac{9^x}{3} = 3^{x+1} + \frac{9^x}{9}$

5 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$
- b) $16^x = 8 \cdot 4^x + 2 \cdot 8^x$

6 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $3^x = 10$
- b) $5^{x+1} = 4$
- c) $2^x \cdot 3^{x-1} = 6$
- d) $5^x \cdot 7^{2x} = 16^{x-1}$

7 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $6 \cdot 7^{x+3} - 7^{x+2} = 82$
- b) $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{-x} = 7$
- c) $2^x - 3^x = 2^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1}$
- d) $7 \cdot 6^x - 2 \cdot 4^x = 6 \cdot 9^x$

8 Určete všechna čísla $x, y \in \mathbb{R}$ tak, aby byla řešením dané soustavy:

- a) $2^x + 5 \cdot 3^y = 53$
- b) $7 \cdot 2^x - 3^y = 47$
- c) $2^x - 3^{y-2} = -1$
- d) $16^{x+y} = 8$
- e) $5^{\frac{x+y}{2}} : 5^{\frac{x+y}{2}} = 625$
- f) $6^{\frac{x-y}{2}} : 6^{\frac{x-y}{2}} = 216$
- g) $2 \cdot 2^{x-y} + 2^{x+y-1} = 20$
- h) $10 \cdot 2^{x-y-1} - 2^{x+y} = -22$

5.2 Logaritmické rovnice

9 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\log_2(x+1) = 3$
- b) $4 \log_3(2x-1) = 12$
- c) $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) = -2$
- d) $\log_4(5x-4) = 2$
- e) $\log_2 \log_3 \log_{\frac{1}{2}} x = 0$
- f) $\log_{\frac{1}{2}} \log_3(1+20 \log_2 x) = -2$
- g) $\log_2[14 + 2 \log_7(1 + 2 \log_{\frac{1}{2}} x)] = 4$
- h) $\log_9\{3 \log_2[1 + \log_3(1 - 2 \log_3 x)]\} = 0,5$

10 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(-3x)$
- b) $\log x^2 = \log(4-x^2)$
- c) $\log_{0,1}(x^2 - 5x) = \log_{0,1}(5x + 11)$
- d) $\log_2(x^2 - x) = \log_2 x$

11 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\log x = 2 \log 5 + \log 4$
- b) $\frac{\log_3 x}{1 + \log_3 2} = 2$
- c) $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$
- d) $\log_2(x+7) - \log_2 x = 3$
- e) $\log(x+3) = \log x + \log 3$
- f) $\log_8 \sqrt{x+30} + \log_8 \sqrt{x} = 1$
- g) $\log x^5 - \log x^4 + \log x^3 = 12$
- h) $\log \sqrt{x} + \log \frac{1}{x^2} - \log x^3 + \frac{11}{2} = \frac{\log x^2}{1 + \log 10}$

i) $3 \log 2x^2 + 2 \log 3x^3 = 5 \log x + 2 \log 6x^3$

j) $0,5(3 \log 5 - 1 - \log x) = 2 - \log 5$

k) $\log_4(3x+2) - 2 \log_4 x = 2 - \log_4 8$

l) $1 + \log_3(5-x) - \log_3(2x-1) = \log_3(2x-1)$

12 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\log_2 \frac{3-x}{x+3} = -2$
- b) $\log_3 \frac{6x-2}{x-3} = 2$
- c) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{x+14} = \frac{\log 125}{\log 5}$
- d) $\log_7 \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1$

13 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$
- b) $\frac{\log_5(x-\frac{1}{4})}{\log_5(x+\frac{7}{2})} = -1$
- c) $\frac{2 \log 3x}{\log(2-7x)} = 1$
- d) $\frac{\log x}{\log(x-2)} = \frac{\log 9}{\log 3}$

14 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0$
- b) $4 \log_9 x (\log_9 x - 1) = 2 + 3 \log_9 x$
- c) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + 5 \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 6$
- d) $4 \log_3(2x+1) + \log_3 \sqrt{2x+1} = \frac{3}{2} \log_3^2(2x+1) - 6$