

I. 6d 7d 9b 10d

(4x 1 bod za postup, 1 bod za celkovou správnost)

II. Pro funkce f_1 - f_4

a) uveďte definiční obor (jako obor existence)

b) na definičním oboru vyšetřete monotoni a nalezněte lokální a globální extrémny

(4x 1 bod za postup, 1 bod za celkovou správnost)

$$f_1(x) = \sqrt{\frac{x-6}{4-x}}$$

$$f_2(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$$

$$f_3(x) = \sqrt{x} + \frac{4}{x}$$

$$f_4(x) = \sqrt{4x-x^2}$$

7 Trigonometrické rovnice a nerovnice

7.1 Trigonometrické rovnice

1 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin x = \frac{1}{2}$ c) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$
 b) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\cos x = -1$ f) $\operatorname{cotg} x = -\sqrt{3}$

2 Řešení následujících rovnic vyjádřete ve stupňové míře:

- a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos x = \frac{1}{2}$ c) $\operatorname{tg} x = 1$

3 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2 \cdot \frac{\cos x + 1}{3} - \frac{4 \cos x - 1}{2} = 1 - \cos x$
 b) $\frac{5 \sin x + 4}{10 \sin x + 4} = 1$
 c) $\sin x = \sin \pi - \cos \frac{\pi}{3}$
 d) $\cos x - \cos \frac{5}{2}\pi = \sin \frac{5}{2}\pi + \cos \frac{5}{2}\pi$

4 Dané rovnice řešte v intervalu $(0; 360^\circ)$ s užitím kalkulačky nebo tabulek. (Výsledky запиште ve stupňové míře s přesností na minuty.)

- a) $\cos x = 0,2425$ b) $\operatorname{tg} x = -35$ c) $4 \operatorname{cotg} x = \pi$

5 Následující rovnice řešte v intervalu $(0; 2\pi)$ s užitím kalkulačky nebo tabulek. (Výsledky запиште v obloukové míře s přesností na dvě desetinná místa.)

- a) $\sin x = 0,9876$ b) $\cos x = 2,5000$ c) $4 \cos x + \frac{\pi}{4} = 0,8000$

6 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin 3x = 1$ f) $\operatorname{tg}(4x - 3) = 1$
 b) $\cos 10x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 c) $\cos \frac{5}{2}x = 0$ h) $\sin(1 - x) = 0$

- d) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i) $\sqrt{2} \cos(4\pi + 2x) = -1$
 e) $\cos\left(3x + \frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{1}{2}$ j) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$

7 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$
 b) $4 \sin^2 x - 2 \sin x = \sqrt{3}(-1 + 2 \sin x)$
 c) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$
 d) $2 \cos^2 x - 3 = 3 \sin x$
 e) $2 \sin^2 x + 3\sqrt{2} \cos x - 4 = 0$
 f) $2 \sin^2 x + 3\sqrt{2} \cos x - 4 = 0$
 g) $12 \sin^4 x + \sin^2 x - 1 = 0$
 h) $8 \cos^4 x - 10 \cos^2 x + 3 = 0$
 i) $\sin^4 x - \cos^4 x = -1$
 j) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 = 0$
 k) $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x - 2 = 0$

8 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $4 \sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x = 1$
 b) $2 \operatorname{tg}^2 x + 4 \cos^2 x = 7$
 c) $\operatorname{tg}^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = 2$
 d) $(\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)^2 - (\operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x)^2 = 4$

9 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2 \sin^2 5x + 3 \cos 5x = 0$ c) $2 \cos^2 8x = 3 - 3 \sin 8x$
 b) $2 \sin^2 \frac{x}{3} + 3 \cos \frac{x}{3} = 0$ d) $3 \operatorname{tg}^4 3x + 1 = 4 \operatorname{tg}^2 3x$

10 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2 \sin^2 x - \sin x = 0$ f) $3 \operatorname{cotg}^3 x + 3 \operatorname{cotg}^2 x - \operatorname{cotg} x - 1 = 0$
 b) $4 \cos^3 x = \cos x$ g) $5 \sin x + 4 \cos x - 10 \sin x \cos x = 2$
 c) $3 \cos^2 x = 2 \sin x \cos x$ h) $3 \cos x + 3 = 4 \cos^3 x + 4 \cos^2 x$
 d) $\operatorname{tg} x = 2 \sin x$ i) $2 \sin x + \operatorname{tg} x + 2 \cos x + 1 = 0$
 e) $4 \cos^2 x = 3 \operatorname{cotg}^2 x$ j) $\sqrt{2} \cos x - \operatorname{cotg} x - \sqrt{2} \sin x + 1 = 0$

11 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin x = \cos x$ c) $\sin 10x = -\cos 10x$
 b) $\cos x = -\sqrt{3} \sin x$ d) $4 \cos x = 3 \sin x$

12 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin^2 x - 6 \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$
 b) $2 \sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 1$
 c) $3 \cos^2 x + \sin x \cos x + 2 \sin^2 x = 2$
 d) $4 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 3$
 e) $\sin x \cos x - \cos^2 x = -2$
 f) $7 \sin^2 x + 10 \cos^2 x - 11 \sin x \cos x = 5$

13 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin x + \sin 2x = 0$ c) $\sin 2x \cos x + \sin^2 x = 1$
 b) $\sin x - \sin 2x + 2 \cos x - 1 = 0$ d) $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$

14 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$ d) $\sin^2 x \cos^2 x = 0,125$
 b) $(\sin x + \cos x)^2 = 1$ e) $0,5 \sin^2 2x = \sin^4 x + \cos^4 x$
 c) $\sin x \cos x = \frac{1}{2}$ f) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4} \sin^2 2x$

15 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\cos 2x + \sin x \cos x = 1$ e) $(1 + \cos 2x) \sin x = 4 \cos^2 x$
 b) $\cos 2x + \sin x = 0$ f) $\cos 2x - 2 = \cos x$
 c) $\sin x + \cos 2x = 1$ g) $\sin^4 x - \cos^4 x = \cos^2 2x$
 d) $1 = \cos 2x - \sin x$ h) $\sin^6 x - \cos^6 x = \cos 2x$

16 Řešte rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $\cos 2x - \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$
 b) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$
 c) $2 \sin 2x - 2 \cos 2x = 2$