

Třetí série úloh z předmětů AN1E a KA1

Upozornění: práce má 2 strany a 10 příkladů.

1. Načrtněte graf funkce

$$f : x \mapsto |x - |2x + 4||.$$

Pro která $a \in \mathbb{R}$ má množina

$$\{x \in \mathbb{R} : f(x) = a\}$$

právě dva prvky?

2. Pro která $b \in \mathbb{R}$ má množina

$$\{x \in \mathbb{R} : 2x + |x + |2x + 4|| = b\}$$

právě tři prvky?

3. Pro která $c \in \mathbb{R}$ má množina

$$\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 3x = c\}$$

právě dva prvky? Dokážete vyřešit příklad bez použití grafu – čistě početně? Jak?

4. Načrtněte graf funkce

$$f(x) = \begin{cases} -1 + 2x & x < 0 \\ x + 1 & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ -2x + 3 & x \in (2, 5) \\ -7 & x > 5 \end{cases}$$

a určete maximální intervaly (vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce spojitá. Je funkce f omezená zdola? Je omezená shora? Je omezená?

5. Vyjádřete následující funkce jako po částech lineární funkce

$$\begin{aligned} f(x) &= |x - |2x + 4||, \\ g(x) &= 2x + |x + |2x + 4||, \\ h(x) &= |x| - |2x + 4|. \end{aligned}$$

6. Pro funkce z příkladů 4, 5 určete maximální intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce monotonní.
7. Rozhodněte, zda jsou funkce z příkladů 4, 5 prosté. Ke každé funkci, která není prostá, nalezněte dva intervaly takové, že zúžení funkce na každý z nich je prostá funkce.
8. Rozhodněte, zda funkce z příkladů 4, 5 zobrazují \mathbb{R} na \mathbb{R} .
9. Rozhodněte, zda funkce z příkladů 4, 5 zobrazují \mathbb{R} do \mathbb{R} .
10. Rozhodněte, zda jsou funkce z příkladů 4, 5 bijekcí \mathbb{R} na \mathbb{R} .