Sedmá série úloh z předmětů AN1E a KA1

Upozornění: práce má 4 příklady na dvou stranách.

1. Vypočtěte limity funkcí

$$
\begin{aligned}
f_1(x) &= x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{2x^4-15x} \\
f_2(x) &= x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{x^4-15x} \\
f_3(x) &= \frac{x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{2x^4-15x}}{x^2-20x-55} \\
f_4(x) &= \frac{x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{x^4-15x}}{x^2-20x-55} \\
f_5(x) &= \cos\left(x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{2x^4-15x}\right) \\
f_6(x) &= 3^{-\left(x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{x^4-15x}\right)} \\
f_7(x) &= \log\frac{x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{2x^4-15x}}{x^2-20x-55} \\
f_8(x) &= \left(\frac{x\sqrt{x^2-5}+\sqrt{x^4-15x}}{x^2-20x-55}\right)^4
\end{aligned}
$$

   v bodech $+\infty$ a $-\infty$.

2. Pro funkce

   (a)
$$f : x \mapsto 2-x^2$$

   (b)
$$f : x \mapsto \frac{x}{2x+1}$$

   (c)
$$f : x \mapsto \operatorname{arctg} x$$

   (d)
$$f : x \mapsto \frac{1}{2^x}$$

   (e)
$$f : x \mapsto \log_3(2-x)$$

a interval $I = \langle -1, 1)$ určete $f(I)$, $f^{-1}(I)$, $f(f^{-1}(I))$ a $f^{-1}(f(I))$.

3. Pro funkci $f : x \mapsto x^3$ nalezněte a vyčíslete $\delta_1 > 0$ a $\delta_2 > 0$ pro něž platí

$$f(\mathcal{U}(2, \delta_1)) \subseteq \mathcal{U}(f(2), 1) \qquad f(\mathcal{P}(2, \delta_2)) \subseteq \mathcal{U}(f(2), 1).$$

   Zdůvodněte, proč je možné zvolit $\delta_1 = \delta_2$.

4. Pro funkci $f : x \mapsto \sin(2x + \pi/4)$ nalezněte graficky (a vyznačte jako délku úsečky) $\delta > 0$ pro něž platí

$$f(\mathcal{U}(0, \delta)) \subseteq \mathcal{U}(f(0), 0.4).$$