

Osmá série úloh z předmětů AN1E a KA1

Upozornění: práce má 10 příkladů na dvou stranách.

- (a) Ukažte (za použití definice), že funkce $f : x \mapsto \log x$ má v bodě $+\infty$ limitu $+\infty$ a v bodě 0 limitu zprava $-\infty$
(b) a funkce $f : x \mapsto \operatorname{arctg} x$ má v bodě $+\infty$ limitu $\frac{\pi}{2}$ a v bodě $-\infty$ limitu $-\frac{\pi}{2}$.

- Vypočtete limity funkcí

$$\begin{aligned} f : x &\mapsto \operatorname{cotg}(1.1^x) && \text{v bodě } -\infty, \\ g : x &\mapsto 2^{\operatorname{arccotg}(\log|x|)} && \text{v bodě } 0. \end{aligned}$$

- Vypočtete limity funkcí

$$f(x) = \frac{\sin(5x - x^2)}{x} \quad g(x) = \frac{1 - \cos(x^2 - 5x^3)}{x^4}$$

v bodech 0, $+\infty$ a $-\infty$.

- Určete v kterých z bodů 0, 1, $-\infty$ má funkce f limitu a čemu je případně rovna.

$$f(x) = \frac{1.01^x}{x^2}$$

Bonus: čemu je rovna limita v $+\infty$?

- Určete v kterých z bodů 0, 1, $+\infty$ má funkce g limitu a čemu je případně rovna.

$$g(x) = \frac{0.99^x}{x^3}$$

- Načrtněte graf funkce splňující

- Definiční obor má $\langle 0, +\infty \rangle$, na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$ je rostoucí a na intervalu $\langle 2, 3 \rangle$ klesající.
- V bodě $x = 2$ není spojitá a má v tomto bodě limitu zleva rovnu 5.
- V bodě $x = 3$ má nevlastní limitu.
- V bodě $+\infty$ má vlastní limitu.

7. Načrtněte graf funkce splňující

- (a) V bodě $x = 0$ má tečnu o rovnici $y = 3x - 5$.
- (b) V bodě $x = 2$ má limitu zleva rovnu $-\infty$.
- (c) Její definiční obor je $\langle -2, 2 \rangle$, je na svém definičním oboru spojitá a na intervalu $\langle -2, -1 \rangle$ klesající.

8. Načrtněte graf funkce splňující

- (a) Je konvexní a rostoucí na \mathbb{R} .
- (b) Není zdola omezená.

Ukažte, že funkce má v $-\infty$ nevlastní limitu. Které z výše uvedených vlastností jste při určování limity použili?

Bonus: totéž v $+\infty$.

9. Načrtněte graf funkce splňující

- (a) Je konvexní a klesající na \mathbb{R} .
- (b) Je zdola omezená.

Ukažte, že funkce má v $+\infty$ vlastní limitu. Které z výše uvedených vlastností jste při určování limity použili?

10. Směrnice sečny grafu funkce v bodech $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ je rovna -5 a sečny v bodech x_2 , $x_3 = 3$ je rovna 3 . Určete směrnici sečny v bodech x_0 , x_2 .