Požadavky k ústní části zkoušky z předmětu AN1E

Text pro studenty FP TUL
Martina Šimůnková
15. ledna 2016

Čísla odkazují na odstavce v knize [JV].

Pokud nerozumíte některým symbolům v odkazovaných odstavcích, pošlete mně stručný e-mail. Například symbol $f \in C(I)$ ve větě 5.2.22 znamená, že funkce f je spojitá na intervalu I, viz poznámka 4.3.30.

1. Definice limity posloupnosti v rozsahu textu [dl].

2. Nerovnost mezi aritmetickým a geometrickým průměrem 1.3.28. Důkaz stačí pro průměr z dvou, čtyř, osmi a sedmi prvků a náznak, jak se dělá pro jiné počty prvků.

3. Následující věty i s důkazy:
   Věta o spojitosti funkce mající konečnou derivaci 5.1.10.
   Věta o nulové derivaci v bodě extrému 5.2.13.
   Rolleova věta o střední hodnotě 5.2.16.
   Lagrangeova věta o střední hodnotě 5.2.18.
   Věta o znaménku derivace a monotonii funkce 5.2.22.
   Věta o derivaci součtu, rozdílu, součinu a podílu 5.2.1, 5.2.5.
   Věta o derivaci inverzní funkce 6.4.4.
   Lemma 4.2.4 o lokální omezenosti spojité funkce.
   Lemma 4.3.3 o jednoznačnosti limity.
   Tvrzení 4.3.4 o limitě spojité funkce.

4. Formulace následujícího lemmatu a vět a z jejich důkazu jen:
   Trojúhelníková nerovnost 1.3.14, vztah 1.5 a z ní odvozené nerovnosti
   $|f(x) + g(x) - (A + B)| \leq |f(x) - A| + |g(x) - B|$
   $|f(x)g(x) - AB| \leq |f(x)||g(x) - B| + |B||f(x) - A|$ a vysvětlení, proč z malosti hodnot $|f(x) - A|$, $|g(x) - B|$ plyne malost hodnot na levých stranách nerovnic.
   Lemma 4.2.10 o spojitosti součtu a součinu spojitých funkcí.
   Věta 4.3.9 o limitě součtu, rozdílu, součinu a podílu.
   Věta 4.4.1 (a text [ls]) o limitě složené funkce.

5. Bolzanova věta o kořeni spojité funkce 4.3.32. Z důkazu jen myšlenka o půlení intervalů a následné použití věty 2.4.1.
   Věta o Darbouxově vlastnosti spojité funkce 4.3.36, jen hlavní myšlenka důkazu: kořen rovnice $f(x) = c$ hledáme použitím věty 4.3.32 na funkci $x \mapsto f(x) - c$.

6. Všichni studenti mají znát následující věty, ale důkazy jsou jen pro náročné studenty:
   Weierstrassova věta 4.3.31. Z důkazu jen hlavní myšlenky.
   Všichni studenti by měli znát příklad spojité funkce, která nenabývá na intervalu extrém (např. $x \mapsto 1/x$ na $(0, 1)$) a příklad funkce, která na omezeném uzavřeném intervalu nenabývá extrém (např. $x \mapsto x - \operatorname{sgn} x$ na $[-1, 1]$).
   Věta o vložených intervalech 2.4.1.