

Písenná část zkoušky z předmětu AN1E
29. ledna 2016

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Napište definici funkce rostoucí na intervalu a vysvětlete, jak tento pojem využijete k řešení nerovnice a nerovnici vyřešte

$$\sqrt{25 - x^2} \geq 3x - 5.$$

2. Určete definiční obory funkcí f , g a zjistěte, zda je lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru. Napište takové rozšíření.

$$f : x \mapsto \frac{x - x^3}{\log(1 - x) \log(x + 3)} \quad g : x \mapsto \frac{x^3 - 64}{(2 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{5 - x})}$$

3. Ukažte, že má funkce $f : x \mapsto \log x$ v bodě 0 limitu zprava rovnu $-\infty$ – napište definici a ukažte, že jí funkce f vyhovuje.
4. Pro interval $I = (-1, 2)$ a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$.

$$f : x \mapsto x^3 - 6x^2 + 9x + 3$$

Na základě předchozí úlohy rozhodněte, zda existuje maximum a minimum funkce f na intervalu I .

5. Napište nerovnost mezi aritmetickým a geometrickým průměrem (pro jaká čísla platí?) a použijte ji k důkazu monotonie posloupnosti $\left\{ \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n \right\}_{n=5}^{\infty}$.

Rozšířenou funkci v příkladu 2. popište následujícím způsobem

$$x \mapsto \begin{cases} f(x) & x \in \text{definiční obor funkce } f \\ \text{hodnota } \mathcal{X} & \mathcal{X} = \text{bod, ve kterém funkci rozšiřujete} \\ \vdots & \end{cases}$$