

**Písenná část zkoušky z předmětu AN1E**  
**12. února 2016**

**Jméno a příjmení:**

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písennou část napsat na alespoň 51%.

1. (a) Řešte rovnici s neznámou  $x$  a parametrem  $y$ , uveďte počet řešení v závislosti na hodnotě  $y$  a napište tato řešení:

$$y = x - x^2.$$

- (b) Na základě výsledku 1a rozhodněte, zda je funkce  $f : x \mapsto x - x^2$  prostá a určete její obor hodnot. Podrobně vysvětlete, jak jste ke svým závěrům došli.

2. Určete definiční obory funkcí  $f$ ,  $g$  a zjistěte, zda je lze spojitě rozšířit do bodů na „okraji“ definičního oboru („okraj“ může ležet i „uvnitř“, například „okrajem“ množiny  $\mathcal{M} = (0, 1) \cup (1, 3)$  jsou body  $0; 1; 3$ ).  
Pro potřeby výpočtu stačí uvažovat  $\sqrt{17} \doteq 4$ .

$$f : x \mapsto \frac{(2 - \sqrt{4 - x - x^2})(x^2 + 2x + 1)}{(3 - \sqrt{4 + x})(x^3 - x)}, \quad g : x \mapsto \frac{x^2 - 1}{\log x}.$$

3. Ukažte, že má funkce  $f : x \mapsto \log x$  v bodě 0 limitu zprava rovnu  $-\infty$  – napište definici a ukažte, že jí funkce  $f$  vyhovuje.
4. Zformulujte větu o derivaci inverzní funkce a použijte ji k odvození derivace funkce  $\operatorname{arctg}$ .
5. Formulujte větu o souvislosti hodnoty derivace a monotonie funkce a použijte ji k určení maximálních intervalů, na nichž je funkce  $f$  rostoucí.

$$f : x \mapsto \frac{x^3}{\sqrt{x+1}}$$