Písemná část zkoušky z předmětu AN1E
22. dubna 2016

Jméno a příjmení:

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Napište definici funkce rostoucí na intervalu a vysvětlete, jak tento pojem využijete k řešení nerovnice a nerovnici vyřešte.
$$\sqrt{8-x^2} \geq x$$
2. Napište nerovnost mezi aritmetickým a geometrickým průměrem (pro jaká čísla platí?) a použijte ji k důkazu monotonie posloupnosti $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$.
3. Určete definiční obory funkcí f, g a zjistěte, zda je lze spojitě rozšířit do bodů na „okraji“ definičního oboru („okraj“ může ležet i „uvnitř“, například „okrajem“ množiny $\mathcal{M} = (0,1) \cup (1,3]$ jsou body $0; 1; 3$, ale rozšiřovat má smysl pouze do bodů 0 a 1).
$$f : x \mapsto \frac{(\sqrt{x^2+2}-1)(2-\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x-3})(\sqrt{9-x}-1)} \qquad g : x \mapsto \frac{\sin x}{\log(1+x)}$$
4. Pro interval $I = [0,2)$ a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$. Na základě výsledku rozhodněte, zda funkce f nabývá na intervalu I maximální a minimální hodnoty.
$$f : x \mapsto \frac{x}{(2-x)(x+1)}$$
5. Ukažte, že má funkce $f : x \mapsto 4^x$ v bodě $-\infty$ limitu rovnu 0 – napište definici a ukažte, že jí funkce f vyhovuje.