

První semestrální práce z předmětu AN1E

<http://kap.fp.tul.cz/~simunkova>

1. Soustředte se při konverzaci s ostatními na běžné použití obrátů *jestliže* ..., *pak* a uveďte příklady, kdy jsou míněny jako implikace a kdy jako ekvivalence.

body: dle originality

termín: do konce semestru

2. Znegujte výroky a rozhodněte o jejich platnosti. Svůj závěr řádně zdůvodněte. Výroky i jejich negace napište slovy.

(a)

$$(\forall x \in \mathbb{R})((x > 3) \Rightarrow (x > 4))$$

(b)

$$(\forall x \in \mathbb{R})((x > 4) \Rightarrow (x > 3))$$

body: 6/4/2

3. Ukažte rovnost množin

$$\begin{aligned}\mathcal{A} \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C}) &= (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \\ (\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^c &= \mathcal{A}^c \cup \mathcal{B}^c\end{aligned}$$

(a) pomocí Vennova diagramu,

(b) tím, že úvahou ukážete dvě inkluze.

body: 6/4/2

4. Ukažte rovnost množin

$$\begin{aligned}\mathcal{A} \cap \left(\bigcup_{k \in I} \mathcal{B}_k \right) &= \bigcup_{k \in I} (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}_k) \\ \left(\bigcap_{k \in I} \mathcal{A}_k \right)^c &= \bigcup_{k \in I} (\mathcal{A}_k^c)\end{aligned}$$

body: 6/4/2

5. Pro množiny

$$\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^4 - 2x^3 + 5x^2 + x - 1} = 1 - 3x\}$$

$$\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{R} : x^4 - 2x^3 + 5x^2 + x - 1 = (1 - 3x)^2\}$$

vysvětlete, že

(a) platí $1 \notin \mathcal{A}$, $1 \in \mathcal{B}$,

(b) platí $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$,

(c) neplatí $\mathcal{A} = \mathcal{B}$.

body: 6/4/2

6. Zjistěte, zda platí (jednu inkluzi zdůvodněte stejně jako v předchozím příkladě, druhou vyřešením kvadratické rovnice a ověřením, zda její kořeny splňují rovnici s odmocninou)

$$\{x \in \mathbb{R} : x + \sqrt{4 - 3x} = 2\} = \{x \in \mathbb{R} : (x - 2)^2 = 4 - 3x\}$$

body: 3/2/1

7. Řešte v \mathbb{R} rovnice

(a)

$$\sqrt{3x - 5} = 1 - x$$

(b)

$$x - \sqrt{x + 4} = 2$$

(c)

$$\sqrt{x} + \sqrt{2 - x} = 2$$

body: 8/5/2