

## Nápověda k semestrálním pracím pro studenty kombinované formy studia.

**Pro osmou semestrální práci posouvám termín na prosincovou konzultaci.**

Pátá série, příklad 3: Načrtněte graf funkce a na ose  $y$  zvolte okolí bodu  $f(2)$  neobsahující hodnoty  $f(x)$  pro  $x$  blízké 2.

Pátá série, příklad 4:

Upravte výraz  $|\sqrt[3]{x} - 2|$  pomocí vzorce  $a - b = \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$ . Co se s výrazem stane, když pak ze jmenovatele vyškrtnete členy obsahující  $x$  – zvětší se jejich hodnota nebo se zmenší?

Při správném postupu odvodíte, že pro každé  $x \in [0, +\infty)$  platí  $|\sqrt[3]{x} - 2| \leq \frac{|x-2|}{4}$ .

Rozmyslete si, že pak stačí zvolit  $\delta = 4\varepsilon$ .

Šestá série, příklad 1: Po pokrácení zlomku je vidět, že grafem je hyperbola bez jednoho bodu – funkce není v bodě 2 definována, ale lze ji rozšířit doplněním tohoto chybějícího bodu do grafu funkce.

Šestá série, příklad 2: Načrtněte graf v okolí bodu  $x = -3$ . Budeme ukazovat, že funkce má v bodě  $x = -3$  limitu rovnu  $+\infty$ . K tomu potřebujeme ke každému  $a > 0$  nalézt okolí  $\mathcal{U}(-3)$  bodu  $-3$  takové, že pro  $x \in \mathcal{U}(-3)$  je  $2/(x+3)^2 > a$ .

Nalezněte graficky i početně k velkým  $a > 0$  vzory  $x_{1,2}$  (tj. řešte rovnici  $2/(x+3)^2 = a$ ). Zdůvodněte, proč pro každé  $x \in (x_1, x_2)$  platí  $2/(x+3)^2 > a$ .

Šestá série, příklad 3: Načrtněte graf tentokrát pro velká  $x$  a graficky i početně hledejte k malým  $\varepsilon > 0$  vzor  $x_1 > 0$  (zase řešte rovnici). Zdůvodněte, proč pro každé  $x > x_1$  platí  $2/(x+3)^2 \in (-\varepsilon, \varepsilon)$ .

Šestá série, příklad 4: Zase načrtněte graf a k  $a > 0$  najděte vzor  $x_1 > 0$  (tentokrát řešte jinou rovnici než v předchozích příkladech). A zase zdůvodněte, že pro každé  $x > x_1$  je  $x^2 > a$ .

Šestá série, příklad 5: rozšiřte zlomek tak, abyste se v čitateli zbavili rozdílu s nulovou limitou (použijte vzorec  $a^2 - b^2 = \dots$ ) a pak pokračte kořenovým činitelem  $x - 2$ . U druhé limity použijte první a větu 4.4.1 z [JV], případně text o limitě složené funkce (přidala jsem odkaz na web).

Šestá série, příklad 6: limitu v  $+\infty$  počítejte rozšířením zlomku výrazem  $1/x^3$ . Pozor na to, že pro záporné  $x$  neplatí  $x^3 = \sqrt{x^6}$ . V druhém příkladu zase použijte větu o limitě složené funkce.