

# První semestrální práce z předmětu AN1E

<http://kap.fp.tul.cz/~simunkova>

1. Soustředte se při konverzaci s ostatními na běžné použití obrátů *jestliže* . . . , *pak* a uveďte příklady, kdy jsou míněny jako implikace a kdy jako ekvivalence.

body: dle originality

termín: do konce semestru

2. Znegujte výroky a rozhodněte o jejich platnosti. Svůj závěr řádně zdůvodněte. Výroky i jejich negace napište slovy.

(a)

$$(\forall a \in \mathbb{R})(a > 3 \Rightarrow a > 4)$$

(b)

$$(\forall a \in \mathbb{R})(a > 4 \Rightarrow a > 3)$$

(c)

$$(\forall a, b \in \mathbb{R})(a = b \Rightarrow a^2 = b^2)$$

(d)

$$(\forall a, b \in \mathbb{R})(a^2 = b^2 \Rightarrow a = b)$$

body: 12/8/4

3. Ukažte rovnost množin

$$\begin{aligned}\mathcal{A} \cap (\mathcal{B} \cup \mathcal{C}) &= (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \cup (\mathcal{A} \cap \mathcal{C}) \\ (\mathcal{A} \cap \mathcal{B})^c &= \mathcal{A}^c \cup \mathcal{B}^c\end{aligned}$$

(a) pomocí Vennova diagramu,

(b) tím, že úvahou ukážete dvě inkluze případně rovnost.

body: 6/4/2

4. Ukaŕte rovnost množin

$$\mathcal{A} \cap \left( \bigcup_{k \in I} \mathcal{B}_k \right) = \bigcup_{k \in I} (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}_k)$$
$$\left( \bigcap_{k \in I} \mathcal{A}_k \right)^c = \bigcup_{k \in I} (\mathcal{A}_k^c)$$

Postupujte obdobnĕ jako úvahou v předchozím příkladĕ. body: 6/4/2

5. Pro množiny

$$\mathcal{A} = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^4 - 2x^3 + 5x^2 + x - 1} = 1 - 3x\}$$
$$\mathcal{B} = \{x \in \mathbb{R} : x^4 - 2x^3 + 5x^2 + x - 1 = (1 - 3x)^2\}$$

vysvětlete, ŕe

- (a) platí  $1 \notin \mathcal{A}$ ,  $1 \in \mathcal{B}$ ,
- (b) platí  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$ ,
- (c) neplatí  $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ .

body: 6/4/2

6. Zjistĕte, zda platí (jednu inkluzi zdůvodnĕte stejnĕ jako v předchozím příkladĕ, druhou vyřešením kvadratické rovnice a ovĕřením, zda její kořeny splňují rovnici s odmocninou)

$$\{x \in \mathbb{R} : x + \sqrt{4 - 3x} = 2\} = \{x \in \mathbb{R} : (x - 2)^2 = 4 - 3x\}$$

body: 3/2/1

7. Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnice

(a)

$$\sqrt{3x - 5} = 1 - x$$

(b)

$$x - \sqrt{x + 4} = 2$$

(c)

$$\sqrt{x} + \sqrt{2 - x} = 2$$

body: 9/6/3