

## Třetí semestrální práce z předmětu AN1E

1. Z grafu funkce  $f$  zjistěte počet kořenů rovnice  $y = f(x)$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$  v závislosti na parametru  $y$ .

(a)

$$f : x \mapsto x^2 - 4x + 3$$

(b)

$$f : x \mapsto \frac{2x + 3}{x - 2}$$

- (c) U následující funkce uvažujte pouze kořeny na intervalu  $[0, 2\pi]$ .

$$f : x \mapsto \sin x$$

body: 6/4/2

2. Řešte rovnici s neznámou  $x \in \mathbb{R}$  a parametrem  $y \in \mathbb{R}$  a diskutujte počet řešení v závislosti na hodnotě  $y$ .

Návod: pokud si s řešením nevíte rady, řešte nejdříve pro konkrétní číselnou hodnotu  $y$  a pak v obecném případě postupujte obdobně.

(a)

$$y = x^2 - 3x + 5$$

(b)

$$y = \frac{3 - x}{2x + 5}$$

(c)

$$y = \log(2x - 1)$$

(d)

$$y = 10^{1-3x}$$

(e)

$$y = 10^{x^2+1}$$

body: 10/6/3

3. Pro následující elementární funkce určete jejich definiční obor a obor hodnot a dále určete, které z nich jsou prosté. Vysvětlete, jak souvisí výsledky tohoto a předchozího příkladu.

(a)

$$f : x \mapsto x^2 - 3x + 5$$

(b)

$$f : x \mapsto \frac{3 - x}{2x + 1}$$

(c)

$$f : x \mapsto \log(2x - 1)$$

(d)

$$f : x \mapsto 10^{1-3x}$$

(e)

$$f : x \mapsto 10^{x^2+1}$$

body: 10/6/3

4. Načrtněte graf funkce splňující všechny vlastnosti (a)-(e)

(a) její definiční obor je interval  $[-3, 5]$ ,

(b) je rostoucí na intervalu  $[1, 3]$  a klesající na intervalu  $[-3, 1]$ ,

(c) v bodě  $x = 4$  nabývá své minimální hodnoty,

(d) je konvexní na intervalu  $[-3, 2]$ , ale není konvexní na intervalu  $[-3, 3]$ .

(e) na svém definičním oboru nesplňuje vlastnost nabývání mezhodnot.

body: 6/4/2

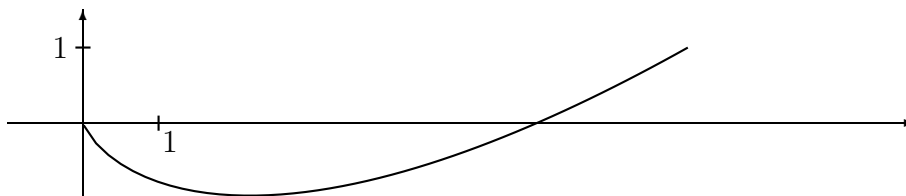
5. Načrtněte graf funkce a určete její obor hodnot. Dále určete intervaly maximální vzhledem k inkluzi, na nichž funkce splňuje Darbouxovu vlastnost.

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 & x \in [0, 2) \\ 2^{2-x} & x \in [2, 3) \\ \frac{1}{x-1} & x \in [3, 6] \end{cases}$$

body: 6/4/2

6. Ke grafu funkce  $f$  načrtněte grafy funkcí

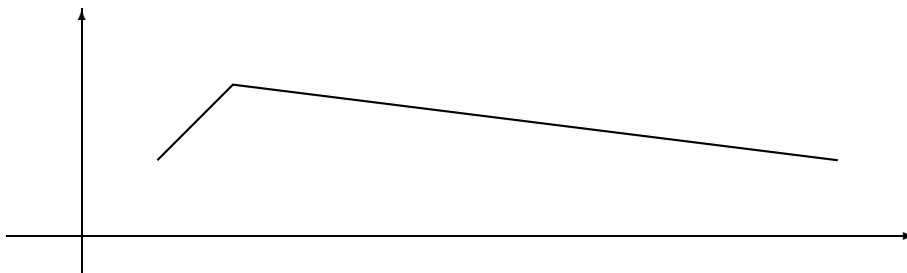
$$x \mapsto f(2x - 1), \quad x \mapsto 2f(x) - 1$$



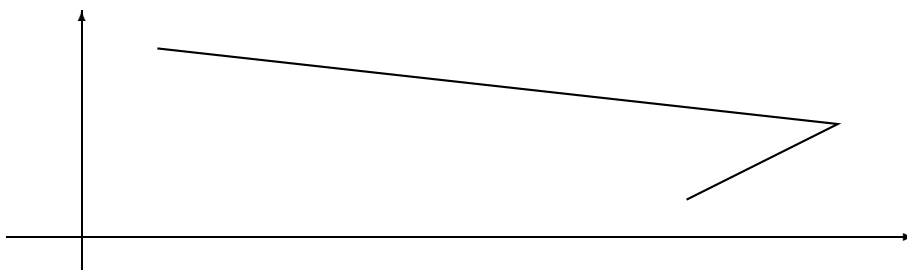
body: 6/4/2

7. Která z následujících množin je grafem funkce (s nezávisle proměnnou na vodorovné ose)?

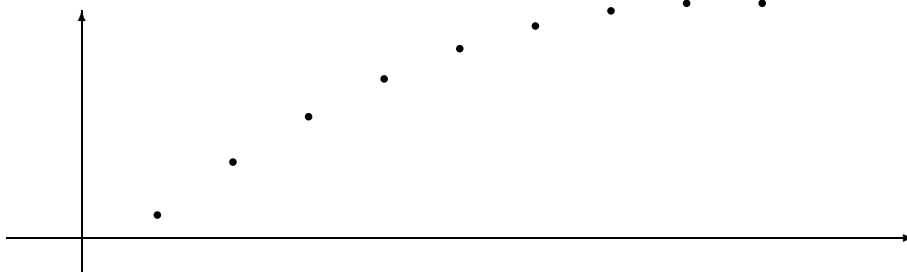
(a)



(b)



(c)



body: 6/4/2