

Čtvrtá semestrální práce z předmětu AN1E

1. Následující nerovnice řešte

- I. Úpravami, přitom při umocňování a logaritmování použijte monotonii příslušných funkcí.
- II. Vyřešením rovnice a použitím Darbouxovy vlastnosti (vlastnosti nabývání mezíhodnot).
- III. Vyřešením rovnice, načrtnutím grafů a odečtením řešení nerovnice z grafu.

(a)

$$\sqrt{x^2 + 3} > 3x - 1$$

(b)

$$\sqrt{7 - x} \geq 1 - x$$

(c)

$$2x + \sqrt{12 - 2x} \leq 4$$

(d)

$$2^x > 20$$

(e)

$$2 \cdot 2^{2^x} > 20$$

(f)

$$0.1^x > 12$$

body: 18/12/6

2. Křivka na obrázku je grafem funkce f . Na osu x vyznačte body x , pro které platí

(a) $f(x) = a$

(b) $f(x) \geq a$

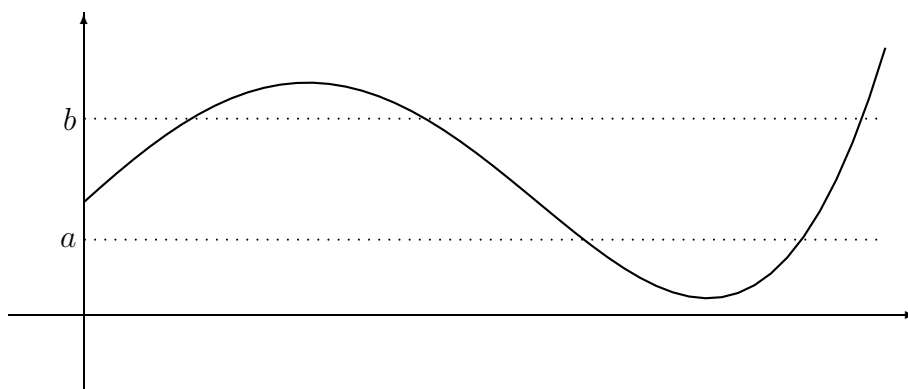
(c) $f(x) = b$

(d) $f(x) < b$

(e) $f(x) \in [a, b)$

Dále na osu x vyznačte množinu $M = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq b\}$ a vzor $f^{-1}(I)$ intervalu $I = [a, \infty)$.

Pokud to dokážete udělat přehledně, můžete množiny zakreslit do jednoho grafu. V opačném případě si graf vytiskněte vícekrát.



body: 9/6/3

3. Pro funkci $f : x \mapsto x^2 - 3x + 1$ a interval $I = (-2, 2]$ určete

$$I_1 = f(I), \quad I_2 = f^{-1}(I_1), \quad I_3 = f^{-1}(I), \quad I_4 = f(I_3).$$

body: 6/4/2

4. Pro funkci f a interval $I = [0, 3)$ určete

$$I_1 = f(I), \quad I_2 = f^{-1}(I_1), \quad I_3 = f^{-1}(I), \quad I_4 = f(I_3).$$

$$f : x \mapsto \begin{cases} 1 - 3x & x \in [0, 1) \\ -2 + 2x & x \in [1, 2) \\ 6 - 2x & x \in [2, 3) \end{cases}$$

body: 6/4/2

5. Určete definiční obor a obor hodnot elementární funkce f . Pro která $y \in \mathbb{R}$ je množina vzorů $f^{-1}(\{y\})$ dvouprvková?

$$f : x \mapsto \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Upozornění: rozlišujte případy, kdy je rovnice $y = 2x/(x^2 + 1)$ s neznámou x a parametrem y kvadratická a kdy je lineární. body: 6/4/2