Šestá semestrální práce z předmětu AN1E

1. Nalezněte $k \in \mathbb{Z}$ takové, že

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \left((n > k) \Rightarrow \left(\frac{1}{n} < 0.003 \right) \right).$$

body: 3/2/1

2. Nalezněte $k \in \mathbb{R}$, pro které platí

$$(\forall n \in \mathbb{R}) \left((n > k) \Rightarrow (|0.7^n| < 0.1) \right).$$

body: 3/2/1

3. Vypočtete limity posloupností. Své výpočty podrobně zdůvodňujte – uveďte, kterou základní limitu použijete ($\{1/n\}$) a dále uvádějte, které věty o limitách posloupností používáte.

$$\left\{ \frac{n^2 - n + 2}{2 - 3n^2} \right\}, \quad \left\{ \frac{(n^2+1)^4}{n^9} \right\}, \quad \left\{ \frac{(n^2+1)^4}{n^8} \right\}.$$

Návod: [IC], příklad 3.1. body: 5/3/1

4. Vypočtete limitu posloupnosti

$$\left\{ \frac{(2n^3+1)^2 - (1-n)^6}{n^6 - 3n^4 + 2n + 12} \right\}.$$

body: 4/2/1

5. Vypočtěte limity posloupností

(a)
$$\left\{ \sqrt{\frac{n^4 - \sqrt{n^8 - 2n^7}}{n^3}} \right\}$$

(b)
$$\left\{ \sin\left(\frac{n^4 - \sqrt{n^8 - 2n^7}}{n^3} \right) \right\}$$

(c)
$$\left\{ \operatorname{tg}\left(\frac{n^4 - \sqrt{n^8 - 2n^7}}{n^3} \right) \right\}$$

(d)

$$\left\{2^{-\left(\frac{n^4-\sqrt{n^8-2n^7}}{n^3}\right)}\right\}$$

(e)

$$\frac{n^3-\sqrt{n^6-n^4}}{n^3-2}$$

(f)

$$3^{\frac{n^3-\sqrt{n^6-n^4}}{n^3-2}}$$

body: 8/5/3