

Sedmá série úloh ze středoškolské matematiky

Poznámka: log značí dekadický logaritmus.

1. Bez použití kalkulačky vypočtěte

(a)

$$\log 0.1 \quad \log \sqrt{1000} \quad \log \sqrt{0.1}$$

(b)

$$\log_2 16 - \log_8 16 \quad \log_4 2 + \log_8 2 \quad \log_4 \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. Bez použití kalkulačky nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující:

(a)

$$\log_3(4x + 5) = 4$$

(b)

$$\log_4(4x + 5) = \log_4 81$$

3. Bez použití kalkulačky nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující:

(Návod: úpravami nebo substitucí převeďte rovnici na jeden z tvarů $\log(\text{výraz}) = \text{číslo}$, $\log(\text{výraz}) = \log(\text{číslo})$.)

(a)

$$4 \log_3(2x - 1) = 12$$

(b)

$$\log_3(2x - 1) = 2 + \log_3 2$$

(c)

$$\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(-3x)$$

(d)

$$\log x = 2 \log 5 + \log 4$$

(e)

$$\frac{\log_3 x}{1 + \log_3 2} = 2$$

(f)

$$\log_3 \frac{6x - 2}{x - 3} = 2$$

(g)

$$\frac{\log_3(6x - 2)}{\log_3(x - 3)} = 2$$

(h)

$$(\log_2 x)^2 + 2 \log_2 x - 3 = 0$$

(i)

$$\log_2 x^2 + 2 \log_2 x - 3 = 0$$

(j)

$$\log(100x) + \log(10x) = 7$$

(k)

$$\log(100x) + (\log(10x))^2 = 7$$

(l)

$$\frac{3}{2} \log \frac{x^2}{10} + \log \frac{100}{x^3} - \log \frac{\sqrt{10}}{x} = -2$$

(m)

$$\log_2 x + \log_4 8 = \log_8 16$$

(n)

$$3^{\log_5 x} + 45 = 2 \cdot 3^{1+\log_5 x}$$