Třetí série úloh ze středoškolské matematiky

1. Nalezněte všechna $n \in \mathbb{Z}$ splňující rovnici

   (a)
   $$\frac{10-17n}{(n+1)!}+\frac{4}{(n-1)!}=0$$

   (b)
   $$\frac{(2n+1)!}{(2n)!}+\frac{(3n)!}{(3n-1)!}=\frac{(n+1)!}{2(n!)}+50$$

   (c)
   $$(n+2)!(24+6n)=(n+4)!$$

   (d)
   $$(n+1)!+(n+2)!=(n+3)!$$

2. Víte-li, že $\binom{14}{5}=2002$, určete (bez použití kalkulačky)
   $$\binom{14}{4},\quad \binom{14}{6},\quad \binom{14}{8},\quad \binom{14}{9}.$$

3. Nalezněte všechna $n \in \mathbb{Z}$ splňující rovnici

   (a)
   $$\binom{8}{n}=2\binom{8}{n-1}$$

   (b)
   $$\binom{7}{n+1}=2\binom{7}{n}$$

4. Nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující nerovnici

   (a)
   $$2-3x+x^2>0$$

   (b)
   $$5-x^2\leq 0$$

   (c)
   $$5-2x^2>0$$

(d)

$$\frac{8}{x^2+4x+1} > 0$$

5. Znegujte výroky a rozhodněte o jejich platnosti. Svůj závěr řádně zdůvodněte.

   (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 - 6x + 6 \geq 0)$

   (b) $(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 - 6x + 6 \geq 0)$

6. Nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující nerovnici

   (a)

   $$\frac{1}{x} \geq 6$$

   (b)

   $$\frac{2x+3}{x-1} < 1$$