

Čtvrtá série úloh ze středoškolské matematiky

1. Načrtněte kuželosečku zadanou její rovnicí a vyznačte tu její část, která je grafem zadané funkce.

(a)

$$x^2 + 2y^2 = 4, \quad f : x \mapsto \sqrt{2 - \frac{x^2}{2}}$$

(b)

$$x^2 - 2y^2 = 4, \quad f : x \mapsto -\sqrt{\frac{x^2}{2} - 2}$$

(c)

$$-x^2 + 2y^2 = 4, \quad f : x \mapsto \sqrt{2 + \frac{x^2}{2}}$$

(d)

$$-x^2 - 2y^2 = 4, \quad f : x \mapsto \sqrt{-2 - \frac{x^2}{2}}$$

2. Určete všechna čísla x , pro něž čísla a_1, a_2, a_3 tvoří aritmetickou posloupnost

(a)

$$a_1 = x^2 + 4, \quad a_2 = x^2 + 4x + 4, \quad a_3 = 16,$$

(b)

$$a_1 = \log(2x - 1), \quad a_2 = \log(4x - 2), \quad a_3 = \log(5x + 2),$$

3. Určete všechna čísla x , pro něž čísla a_1, a_2, a_3 tvoří geometrickou posloupnost

(a)

$$a_1 = 2x - 1, \quad a_2 = 4x - 2, \quad a_3 = 5x + 2,$$

(b)

$$a_1 = 1, \quad a_2 = x, \quad a_3 = 4x + 12,$$

(c)

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2^x, \quad a_3 = 2^{x+2} + 12,$$

(d)

$$a_1 = 1 + 2x, \quad a_2 = 3 - 4x, \quad a_3 = 3 + x,$$

(e)

$$a_1 = 1 + 2 \log x, \quad a_2 = 3 - 4 \log x, \quad a_3 = 3 + \log x,$$

4. Kladná čísla a_1, a_2, a_3 tvoří geometrickou posloupnost s kvocientem q . Ukažte, že čísla $\log a_1, \log a_2, \log a_3$ tvoří aritmetickou posloupnost a vypočtete její diferenci.
5. Za kolik let klesne hodnota předmětu na méně než desetinu původní ceny, jestliže ročně odepisujeme 18% ceny předmětu z předchozího roku?
6. Při průchodu skleněnou deskou ztrácí světlo 5% své intenzity. Kolik desek je třeba dát na sebe, aby se intenzita světla snížila alespoň na méně než polovinu původní hodnoty?
7. Jakou částku musíte uložit, abyste při ročním úročení 1.5% měli za 5 let 25 tisíc?
 - (a) Daň z úroků neuvažujeme.
 - (b) Daň z úroků je 15%.