

Úlohy z funkcí – grafy, monotonie, nerovnice

Pro studenty FP TUL
Martina Šimůnková
19. září 2017

1. Načrtněte grafy funkcí

$$x \mapsto \operatorname{sgn} x, \quad x \mapsto \operatorname{sgn}(x^2), \quad x \mapsto \operatorname{sgn}(3x - x^2), \quad x \mapsto 3x - \operatorname{sgn} x$$

$$x \mapsto (\operatorname{sgn} x)^2, \quad x \mapsto \lfloor x \rfloor, \quad x \mapsto (\lfloor x \rfloor)^2, \quad x \mapsto \lfloor x^2 \rfloor, \quad x \mapsto x - \lfloor x \rfloor$$

2. Načrtněte graf funkce

$$x \mapsto \begin{cases} 1 - x & x \in [0, 2) \\ x^2 & x \in [2, 3] \end{cases}$$

3. Určete obraz $I_1 = f(I)$ intervalu $I = (-1, 1)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$.

$$f : x \mapsto \sqrt[3]{x - x^2}$$

Návod: k určení obrazu a vzoru stačí náčrtek grafu správně zobrazující monotonii funkce. Proto nejdřív načrtněte grafy vnitřní funkce $x \mapsto x - x^2$ a vnější funkce $y \mapsto \sqrt[3]{y}$ a odtud určete monotonii těchto funkcí i funkce f .

4. Řešte nerovnice z konce textu *Nerovnice, grafy, monotonie, spojitost* (soubor *Nerovnice.pdf*).

5. Bez použití kalkulačky nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující

(a)

$$|\log x| \leq 2$$

(b)

$$\log |x| \leq 2$$

(c)

$$\frac{\log x + 1}{\log x - 2} < 0$$

(d)

$$\frac{1}{\log x} + \frac{1}{3} \geq 0$$

(e)

$$\log_{\frac{1}{2}} |x + 2| < 1$$

(f)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \frac{1}{2} < \frac{1}{8}$$

(g)

$$4^{x+5} < 16^{x+1}$$