

Úlohy z funkcí – limity

Pro studenty FP TUL

Martina Šimůnková

11. prosince 2017

1. Načrtněte grafy funkcí

$$x \mapsto \frac{x+3}{2x^2+5x-3}$$

$$x \mapsto \frac{x^3-2x+4}{x+2}$$

$$x \mapsto \frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$$

2. Vypočtěte limity

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)^3(x^2-3x+2)}{(x-2)^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt{x+5}-2)^6}{(x^3+x^2-x-1)^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-5x+4}{\sqrt{x^2+5}-2}$$

3. Naleněte $\delta > 0$ splňující

(a)

$$(\forall x \in \mathbb{R})(x \in \mathcal{U}_\delta(2) \Rightarrow x^2 \in \mathcal{U}_{0.2}(4))$$

(b)

$$(\forall x \in \mathbb{R})(x \in \mathcal{U}_\delta(3) \Rightarrow \sqrt{x} \in \mathcal{U}_{0.1}(\sqrt{3}))$$

4. Načrtněte graf funkce f a zjistěte, zda je spojitá v bodě 2. Své tvrzení zdůvodněte pomocí definice spojitosti funkce v bodě.

$$f : x \mapsto \begin{cases} 2x-3 & x > 2 \\ x^2-x+1 & x \leq 2 \end{cases}$$

5. Načrtněte graf funkce f na intervalu $(1, 3)$, určete hodnotu limity funkce f v bodě $x = 2$ zprava a ukažte, že vyhovuje definici. Má funkce f v bodě $x = 2$ limitu?

$$f : x \mapsto x^2 + [x] \quad ([\] \text{ označuje celou část})$$

6. Určete hodnotu limity funkce f v bodě $x = -1$ a ukažte, že vyhovuje definici.

$$f : x \mapsto \frac{1}{(x+1)^2}$$

7. Určete hodnotu limity funkce f v bodě $+\infty$ a ukažte, že vyhovuje definici.

$$f : x \mapsto \frac{x}{x+1}$$

8. Určete hodnotu limity funkce f v bodě $-\infty$ a ukažte, že vyhovuje definici.

$$f : x \mapsto \sqrt[3]{x}$$

9. Vypočtete limity funkcí v bodech $\pm\infty$.

$$f : x \mapsto \frac{x^3 + \sqrt{x^6 - x^4}}{x^3 - 2}$$

$$g : x \mapsto \frac{x^3 + \sqrt{x^6 - x^4}}{x}$$

10. Vypočtete jednostranné limity funkce f v bodech 1 a 4. Má funkce f v těchto bodech oboustrannou limitu?

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{x+3}}{x^3 - 6x^2 + 9x - 4}$$

11. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit.

$$f : x \mapsto \frac{x^3(x + \sqrt{x+2})^2}{(x^2 + 2x + 1)(1 - \sqrt{1-x^2})(1 - \sqrt{1-x})^2}$$

12. Načrtněte graf funkce f .

Nejdříve načrtněte graf lineární funkce $x \mapsto x/2 - 1/2$ a k náčrtku grafu funkce f použijte limity funkce $x \mapsto -1/(x+1)$.

$$f : x \mapsto \frac{x}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}$$