

**Písemná část zkoušky z předmětu AN1E**  
**11. ledna 2019**

**Jméno a příjmení:**

Zvolte si pořadí, v jakém budete příklady řešit. Vaše řešení nemusí být „kulturně“ zapsané, ale po vyřešení příkladu přepište podstatné kroky i s komentářem na zvláštní list a odevzdejte tento zvláštní list (listy) i všechny ostatní listy, které jste při řešení popsali. Na jeden zvláštní list přepisujte řešení více příkladů – ideálně všech.

Tento list použijte jako obálku a podepište jej.

Pro úspěšné absolvování musíte písemnou část napsat na alespoň 51%.

1. Napište nerovnost mezi aritmetickým a geometrickým průměrem (pro jaká čísla platí?) a použijte ji k důkazu monotonie posloupnosti  $\left\{ \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n \right\}_{n=5}^{\infty}$ .
2. Vypočtěte limitu posloupnosti a vyjmenujte věty o limitách posloupností, které jste při výpočtu použili.

$$\left\{ \sqrt{\sqrt{n^4 + 4n^2 + 2} - n^2} \right\}$$

3. Načrtněte graf funkce  $f : x \mapsto \frac{2x-1}{2x^2+x-1}$ . Vysvětlete pojem rozšířené funkce (třeba tak, že napíšete definici). Ukažte, že lze  $f$  spojitě rozšířit na množinu  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .
4. Vypočtěte limitu funkce  $f$  v bodě mínus jedna a vyjmenujte věty o limitách funkcí, které jste při výpočtu použili.

$$f : x \mapsto \frac{(x + \sqrt{x + 2})(2x + \sqrt{x + 5})(3x + \sqrt{x + 8})}{x^3 + x^2 - x - 1}$$

5. Pro interval  $I = (-1, 1]$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .

$$f : x \mapsto x^3 + 6x^2$$

Na základě předchozí úlohy rozhodněte, zda nabývá funkce  $f$  na intervalu  $I$  maximální a minimální hodnoty.