

Pátá série úloh ze středoškolské matematiky

1. Vydělte mnohočleny

$$(x^8 - 1) : (x^2 + 1), \quad (x^6 - 1) : (x^2 + 1), \quad (x^4 - 2x^3 + 3) : (x - 2)$$

2. Rozložte polynomy (jiný název pro mnohočleny) na součin kořenových činitelů

$$2x^2 - 5x + 2, \quad x^2 - 9, \quad x^3 - 3x^2 - x + 3, \quad x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

Návod pro kubické mnohočleny: dosazováním malých celých čísel naleznete kořen a poté vydělte kořenovým činitelem.

3. Nalezněte všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující rovnici

(a)

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x - 6} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

Návod: před úpravami rovnice rozložte kvadratické trojčleny na součin a pokračujte.

(b)

$$\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right) : \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right) = \frac{x+1}{x-1}$$

(c)

$$\frac{3}{x+2} + \frac{5x}{4-x^2} = \frac{3}{x-2} + \frac{x}{x^2-4}$$

4. Upravte komplexní čísla do algebraického tvaru (tedy do tvaru $a + ib$, kde $a, b \in \mathbb{R}$)

$$\frac{2+i}{1-i} - i(-3+i), \quad (1+i)^3 - \frac{(2-i)^2}{(1-i)(1+i)}, \quad 1+i - i^{22} + 2i^{31}.$$