

Úlohy z AN1E/KA1 na cvičení 10. 12. 2018

1. Ukažte, že pro komplexní čísla z_1, z_2 platí

(a) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$

(b) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

(c) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

2. Ukažte, že pro $z \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}$ platí
 $\overline{z^n} = \overline{z}^n$

3. Ukažte, že pro $z \in \mathbb{C}$ platí

$$z = \overline{z} \iff z \in \mathbb{R}$$

4. Ukažte, že pro $z_0 \in \mathbb{C}$ je $z_0 + \overline{z_0} \in \mathbb{R}, z_0 \overline{z_0} \in \mathbb{R}$ a po roznásobení závorek má polynom $(z - z_0)(z - \overline{z_0})$ reálné koeficienty.

5. Rozložte polynomy na součin v \mathbb{R} dále nerozložitelných polynomů.

(a) $x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

(b) $x^3 - 5x - 4$

NÁVOD: jeden z kořenů je malé celé číslo, zjistěte ho dosazováním.

6. Rozložte polynomy na součin v \mathbb{R} dále nerozložitelných polynomů.

(a) $x^4 + 9$

(b) $x^6 - 1$

(c) $x^8 - 1$

NÁVOD: používejte vzorce pro $a^n \pm b^n$. U prvního příkladu úpravou vyrobte rozdíl čtverců.

7. Rozložte polynomy na součin v \mathbb{R} dále nerozložitelných polynomů.

(a) $x^4 + 3x^2 + 2$

(b) $x^4 - 8x^2 + 16$

NÁVOD: všimněte si, že polynomy obsahují jen sudé mocniny.