

## Úlohy z funkcí I

1. Načrtněte graf funkce

$$f : x \mapsto \begin{cases} 1 - x & x \in [-1, 1) \\ x^2 & x \in [1, 2] \end{cases}$$

a zodpovězte otázky

- Jaký má funkce  $f$  definiční obor?
  - Kolik kořenů má rovnice  $f(x) = 1$ ?
  - Pro která  $y \in \mathbb{R}$  má rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  alespoň jeden kořen? Pro která má právě jeden kořen? Pro která má více než jeden kořen?
  - Má  $f$  v bodě 1 jednostranné limity? Čemu jsou rovny?
  - Je  $f$  v bodě 1 spojitá?
2. Pro následující funkce určete jejich definiční obor a načrtněte jejich grafy. Před kreslením grafu doporučujeme vhodně upravit funkční hodnotu.

(a)  $x \mapsto \frac{x^3 - 5x + 2}{x - 2}$

(b)  $x \mapsto \frac{1 - x}{2 - 3x + x^2}$

(c)  $x \mapsto \frac{x + 2}{3 - \sqrt{5 - 2x}}$

3. Pro funkci  $f : x \mapsto \sqrt{x}$

- Načrtněte její graf.
- Upravte výraz  $(f(x) - f(2))/(x - 2)$ .
- Načrtněte graf funkce  $g$ .

$$g : x \mapsto \frac{x - 2}{f(x) - f(2)}$$

- Jak určíte hodnotu  $g(x)$  z grafu funkce  $f$ ?

4. Funkce signum (česky znaménková funkce) je definovaná vztahy

$$\text{sgn} : x \mapsto \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Načrtněte její graf.

5. Načrtněte grafy funkcí

$$x \mapsto \operatorname{sgn}(x^2), \quad x \mapsto \operatorname{sgn}(3x - x^2), \quad x \mapsto 3x - \operatorname{sgn} x, \quad x \mapsto (\operatorname{sgn} x)^2$$

Návod: postupujte jako při kreslení grafu funkce s absolutní hodnotou. Rozdělte reálnou osu na části, na nichž je argument funkce signum kladný, nulový, záporný.

6. Načrtněte grafy funkcí  $x \mapsto |3x - x^3|$ ,  $x \mapsto |x^2 - x - 3|$ .