③ DEFINICE KLESAJÍCÍ FUNKCE na množině M

$$(\forall x_1, x_2 \in M)(x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2))$$

Pro každé x_1, x_2, které náleží M, platí: pokud x_1 je větší než x_2, potom $f(x_1)$ je menší než $f(x_2)$.

$$(\forall x_1, x_2 \in (-\infty; 0)): \; x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

DOKÁŽEME PRO x^2

t.j. $\boxed{x_1^2 < x_2^2}$

$x_1 > x_2 \quad | \cdot x_1$ $\qquad$ $x_1 > x_2 \quad | \cdot x_2$

$\underbrace{x_1^2 < x_1 x_2 \qquad\qquad x_1 x_2 < x_2^2}_{\text{násobíme záporným číslem} \Rightarrow \text{otáčíme znaménko}}$

$x_1^2 < x_1 x_2 < x_2^2$

$\boxed{x_1^2 < x_2^2}$

POKUD $x_1 = 0$, $x_2 < 0$

$0 < x_2^2$ ← VŽDY KLADNÉ

□

~~Dokázali jsme, že pro x_1, x_2 záporná plyne z $x_1 > x_2$ platnost $x_1^2 < x_2^2$~~

Komentář čitelněji:

Dokázali jsme, že pro x_1, x_2 záporná plyne z $x_1 > x_2$ platnost $x_1^2 < x_2^2$

Zde vysvětlujeme, že implikace platí i pro $x_1 = 0$.

Zde vysvětlujeme, že implikace platí i pro $x_1 = 0$.

1.3. a) Napište definici funkce klesající na množině $M \subseteq R$ a
b) ukažte, že mocninná funkce se sudým exponentem je klesající na intervalu $(-\infty; 0\rangle$.

~~$\forall x \in M$~~

a) $(\forall x_1, x_2 \in M \wedge \forall f(x_1), f(x_2) \in H_f ; x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2))$

Jelikož chceme definovat funkci ~~rostoucí~~ klesající pouze pro x z množiny M, ale zjistit, jestli to platí pro všechna, použijeme obecný kvantifikátor a omezíme x_1 a x_2 na právě množinu M.
Dále chceme, aby funkce byla na ~~int~~ množině M ~~rostoucí~~ klesající, což znamená, že obraz každého x_1 ~~men~~ většího než x_2 bude menší, nežli obraz x_2. ?

b) $M = (-\infty; 0\rangle \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x \leq x^2$ asi chápu, co tím myslíte, ale divný zápis a není moc jasné, k čemu to potřebujete

$f(x) = x^2$

~~$x_1 > x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$~~ ~~$\Rightarrow x_1^2 > x_2^2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < x_1^2$~~

$$\left.\begin{array}{l} x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 x_2 < x_2^2 \\ x_1 > x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_1 x_2 \end{array}\right\} \Rightarrow x_2^2 > x_1 x_2 > x_1^2 \Rightarrow x_2^2 > x_1^2$$

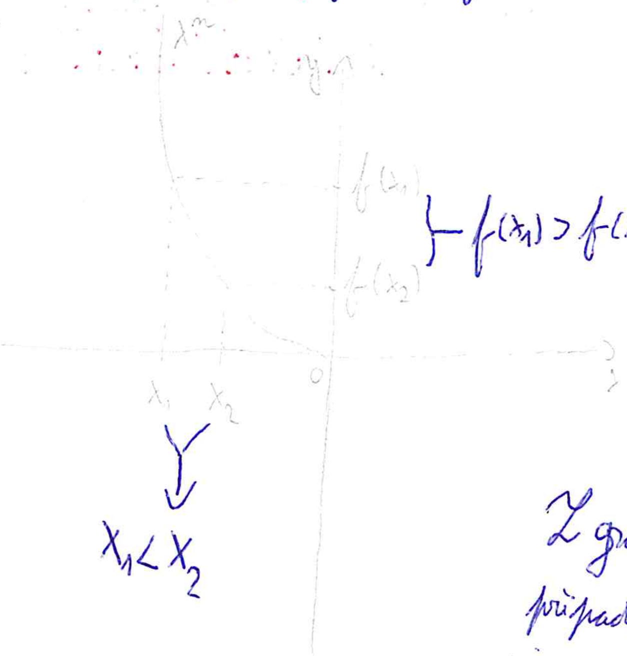
Víme, že x je menší, nebo rovno nule, tedy v úpravách násobíme záporným číslem nebo 0. Také víme, že obrazem x je x^2. Proto pokud $x_1 > x_2$, po výše provedených úpravách zjistíme, že $x_1^2 < x_2^2$, což je důkaz, že funkce je na tomto intervalu klesající.

a co x = 0 ?

1) Napište definici funkce klesající na množině $M \subseteq \mathbb{R}$ a ukažte, že mocninná funkce se sudým exponentem je klesající na intervalu $(-\infty; 0\rangle$

definice $\forall x_{1,2} \in M;\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

x^n - n - sudé číslo



} $f(x_1) > f(x_2)$

$x_1 < x_2$

Z grafu jasně vyplývá, že pro jakékoliv $x_1 < x_2$ připadá $f(x_1) > f(x_2)$ u funkce x^n, přičemž n je sudé číslo, na množině $(-\infty; 0\rangle$.

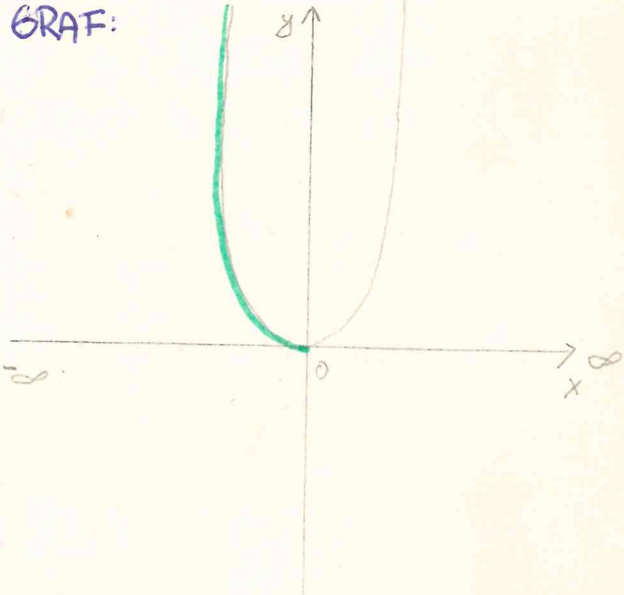
chybí důkaz! (dělali jsme na cvičení)

graf je vodítko k tomu, že je funkce klesající, ale není důkazem.

Úlohy z f-cí I (grafy, rovnice a nerovnice).

③ Řekněte (napište) definici f-ce klesající na množině $M \subseteq \mathbb{R}$ a ukažte, že mocninná f-ce se sudým exponentem je klesající na intervalu $(-\infty, 0]$.

GRAF:



- Vybrala jsem si mocninou f-ci.

$f: y \mapsto x^2$ $\quad V = [0, 0]$

- Pro $\boxed{D(f) = (-\infty, 0]}$, funkce klesá!

- ~~Pro~~ $\forall x_1, x_2 \in M: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

$\forall x_1, x_2 \in (-\infty, 0]$ má platit co?

- Vycházíme z důkazu: předpokladu

$x_1 < x_2 \quad | \cdot x_1 \quad {<}0$

$x_1^2 > x_2 \cdot x_1$

pokud je to minus, pak další řádek neodpovídá

$x_1 < x_2 \quad | \cdot x_2$

$x_1 x_2 > x_2^2$

$\boxed{x_1^2 > x_1 x_2 > x_2^2}$