

Požadavky ke zkoušce z AN1E

14. ledna 2020

- **Funkce a jejich vlastnosti.** Prostá funkce a souvislost s existencí inverzní funkce. Zúžení a rozšíření funkce, vysvětlení na příkladech. Definice funkce monotonní (rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající) na množině (zpravidla na intervalu). Důkaz monotonie mocninné funkce (buď obecně nebo jen pro druhou a třetí mocninu). Důkaz, že rostoucí funkce má inverzní funkci a že tato inverzní funkce je také rostoucí (použití obměněné implikace). Použití monotonie funkcí na řešení rovnic.
- **Čísla.** Racionální a reálná čísla. Důkaz iracionality odmocniny ze dvou. Reálná čísla a obor hodnot druhé mocniny.
- **Spojitosť funkce.** Definice spojitosti funkce v bodě a na otevřeném intervalu. Jednostranná spojitost funkce v bodě a definice spojitosti na uzavřeném intervalu. Věty o spojitosti a aritmetických operacích – z jejich důkazu: použití trojúhelníkové nerovnosti a ukázání, že pro „malá“ $|f(x) - f(a)|$, $|g(x) - g(a)|$ jsou „malá“ i $|f(x) + g(x) - (f(a) + g(a))|$, $|f(x)g(x) - f(a)g(a)|$, $|f(x)/g(x) - f(a)/g(a)|$. Spojitosť druhé mocniny.
- **Vlastnosti spojitých funkcí.** Weierstrassova věta o extrémeh spojitě funkce na uzavřeném intervalu. Příklad funkce, která nenabývá extrémů na uzavřeném intervalu (Weierstrassova věta říká, že tato funkce nemůže být spojitá). Příklad spojitě funkce, která nenabývá extrémů na intervalu (Weierstrassova věta říká, že tento interval nemůže být uzavřený). Věta o kořeni spojitě funkce i s důkazem. Darbouxova vlastnost spojitých funkcí i s důkazem. Obraz intervalu ve spojitě funkci.
- **Limita funkce.** Definice limity (vlastní, nevlastní, ve vlastním bodě, v nevlastním bodě). Věta o limitách a aritmetických operacích.
- **Derivace funkce.** Definice derivace, souvislost s přírůstkem funkce a proměnné, znázornění na grafu. Odvození vzorců pro derivace mocninných funkcí, konstantní funkci. Pravidlo pro derivaci inverzní funkce (převrácená hodnota derivace původní funkce), odvození vzorce pro derivaci odmocnin. Pravidlo pro derivaci součtu, součinu, podílu a jejich odvození, pro součin navíc graficky (porovnání ploch obdélníků, které se málo liší).

- **Derivace funkce a extrémy.** Definice lokálních extrémů. Ukázání, že ani jedna z implikací o nulové derivaci a lokálním extrému obecně neplatí. Lemma o lokálním extrému a nulové derivaci i s důkazem.
- **Věty o střední hodnotě.** Rolleova a Lagrangeova věta o střední hodnotě i s důkazy.
- **Derivace funkce a monotonie.** Věty o derivaci a monotonii funkcí i s důkazy.
- **Aproximace funkcí.** Taylorův polynom prvního a druhého stupně, zbytek Taylorova polynomu, Lagrangeův tvar zbytku Taylorova polynomu i s jeho odvozením.
- **Racionální funkce.** Věta o rozkladu polynomu na součin polynomů prvního a druhého stupně. Co je racionální funkce a co jsou parciální zlomky, věta o rozkladu racionální funkce na součet polynomu a parciálních zlomků, metoda výpočtu koeficientů.