

Úlohy z funkcí – aproximace funkcí

1. Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě jedna. Vypočtete druhou derivaci funkce f a řekněte, co z ní plyne pro polohu grafu funkce a tečny v zadaném bodě.

$$f : x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

2. Do jednoho obrázku načrtněte graf funkce $f : x \mapsto \sqrt{x}$, tečnu v bodě $a = 1$ a graf kvadratické funkce

$$x \mapsto f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2 \quad (1)$$

Poznámka: polynom (1) nazýváme Taylorovým polynomem druhého stupně funkce f v bodě a .

Doporučení: neroznásobujte závorky $(x-1)$, $(x-1)^2$.

3. Použijte třikrát za sebou Rolleovu větu na funkci F a odvoďte tak vzorec pro zbytek $R(b)$ Taylorova polynomu.

$$R(x) = f(x) - f(a) - f'(a)(x-a) - \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2$$

$$F(x) = R(x) - \frac{R(b)}{(b-a)^3}(x-a)^3$$

Odvozený vzorec by měl být $R(b) = \frac{1}{6}f'''(\xi)(b-a)^3$.

4. Načrtněte graf funkce $f : x \mapsto x^2 + 2x - 7$, napište Taylorův polynom druhého stupně funkce f v bodě $a = 2$ a nakreslete jeho graf.