Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit a popřípadně jakou hodnotou.

$$f: x \longmapsto \frac{(x^2-9)(-2+\sqrt{x+2})}{(x^2-5x+6)(1+\sqrt{x^2-1})}$$

$$\frac{(x^2-9)(-2+\sqrt{x+2})}{(x^2-5x+6)(1+\sqrt{x^2-1})} = \frac{(x+3)(x-3)(-2+\sqrt{x+2})}{(x-2)(x-3)(1+\sqrt{x^2-1})} = \frac{(x+3)(-2+\sqrt{x+2})}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})}$$

nejdříve jsem si v čitateli rozložila (x^2-9) na $(x+3)(x-3)$ podle vzorce $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$, poté jsem ve jmenovateli rozložila (x^2-5x+6) na $(x-2)(x-3)$. Použila jsem Vietovy vzorce. Nakonec jsem $(x-3)$ pokrátila a dostala výraz $\dfrac{(x+3)(-2+\sqrt{x+2})}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})}$

Podmínky → podmínky dělám z rozloženého výrazu, jestli a nezkráceného

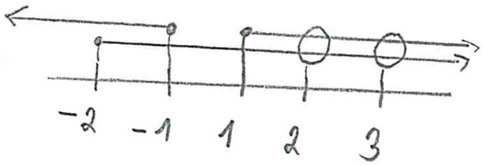
- $x \neq 2$
- $x \neq 3$

$x^2-1 \geq 0$

$\cancel{|x| \geq 1}$ OK

$x+2 \geq 0$

$x \geq -2$



$D(f) = \langle -2,-1\rangle \cup \langle 1,2) \cup (2,3) \cup (3,\infty)$

Obecně – dobře (nezapomeňte že si)

- ~~z podmínek vyčteme, že v bodech 2 a 3 nemá výraz smysl.~~ výraz nemá smysl pro každé x mimo D_f

- Jelikož jsme si výraz pokrátili, můžeme ho spojitě rozšířit v bodě 3, to znamená, že spočítáme jeho limitu

① $$\lim_{x\to 3} \frac{(x+3)(-2+\sqrt{x+2})}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})} =$$

- Jelikož nám ve jmenovateli nevyjde nula, můžeme dosadit a nemusíme dále upravovat.

$$= \frac{(3+3)(-2+\sqrt{3+2})}{(3-2)(1+\sqrt{3^2-1})} = \frac{6(-2+\sqrt{5})}{1(1+\sqrt{8})} = \frac{-12+6\sqrt{5}}{1+\sqrt{8}}$$

není definovaná

- fce f nemá smysl ~~řešení~~ pro bod 3, ale v tomto bodě můžeme fci f spojitě rozšířit tak ~~a dostaneme~~, že $f(3) = \dfrac{-12+6\sqrt{5}}{1+\sqrt{8}}$

② náš výraz musíme ještě upravit, protože kdyby jsme dosadili číslo 2 za x, limita by neexistovala.

měli bychom nedef. výraz

$$\frac{(x+3)(\sqrt{x+2}-2)}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})} \cdot \frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{(x+3)(-4+x+2)}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)(1+\sqrt{x^2-1})(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{(x+3)}{(1+\sqrt{x^2-1})(\sqrt{x+2}+2)}$$

- nejdříve jsem výraz rozšířila výrazem $\dfrac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2}$, abych se zbavila odmocniny v čitateli a po vynásobení jsem v čitateli dostala $(x+3)(x-2)$, což jsem mohla pokrátit.

• Teď nám zůstal výraz $\dfrac{x+3}{(1+\sqrt{x^2-1})(2+\sqrt{x+2})}$. Konečně můžeme udělat limitu $_{x\to 2}$

můžeme spočítat limitu dosazením

$$\lim_{x\to 2}\frac{x+3}{(1+\sqrt{x^2-1})(2+\sqrt{x+2})}=\frac{2+3}{(1+\sqrt{2^2-1})(2+\sqrt{2+2})}=\frac{5}{(1+\sqrt{3})(2+2)}=\frac{5}{4(1+\sqrt{3})}=\frac{5}{4+4\sqrt{3}}$$

• zjistili jsme, že fce f není def. v bodě 2 ~~nemá řešení ani pro bod 2~~, ale v tomto bodě lze fce spojitě rozšířit.

• Dostaneme $f(2)=\dfrac{5}{4+4\sqrt{3}}$