

**MONOTONIE**

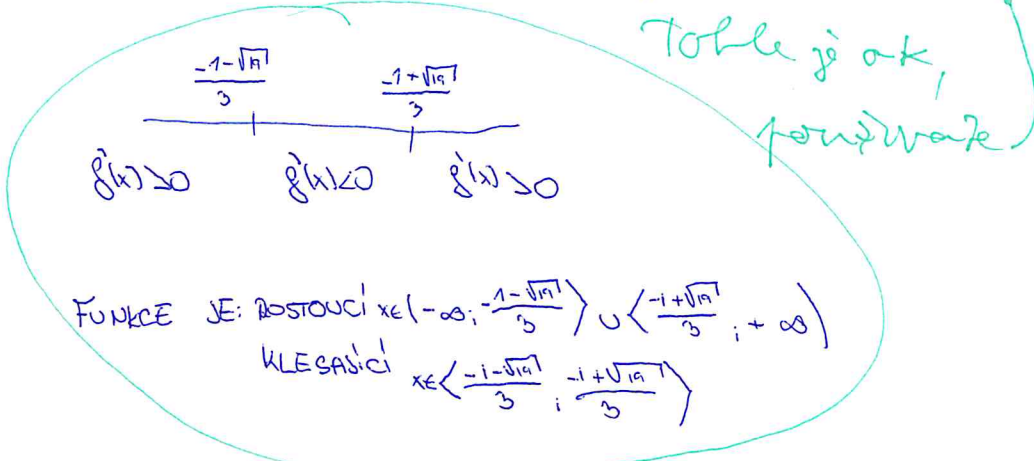
učočka  
Suchardová!

MONOTONIE SE MŮŽE MĚNIT V BODECH, KDE JE DERIVACE FUNKCE NULOVÁ, NEBO V BODECH, KDE DERIVACE FUNKCE NEEXISTUJE, NEBO V BODECH, KDE FUNKCE NENÍ DERIVOVATELNÁ  
 co to znamená? mění se z rostoucí na klesající?  
 POKUD JE DERIVACE FUNKCE NA INTERVALU Kladná (resp. záporná) a funkce **nebo z monotonií na monotonií**  
 JE SPOJITÁ, JE FUNKCE ROSTOUcí (resp. klesající) **OK**

a)  $f: x \rightarrow x^3 + x^2 - 6x$   
 $f'(x) = 3x^2 + 2x - 6$

$D(f) = D(f')$  → DERIVACE FUNKCE JE DEFINOVANÁ NA CELÉM DEFINIČNÍM OBOU FUNKCE, MONOTONIE SE MŮŽE MĚNIT POUZE V BODECH, KDE  $f'(x) = 0$

$f'(x) = 0 = 3x^2 + 2x - 6$   
 $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{6}$   
 $x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{6}$   
 $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{19}}{3}$



FUNKCE JE: ROSTOUcí  $x \in (-\infty; \frac{-1-\sqrt{19}}{3}) \cup (\frac{-1+\sqrt{19}}{3}; +\infty)$   
 KLESACÍ  $x \in (\frac{-1-\sqrt{19}}{3}; \frac{-1+\sqrt{19}}{3})$

b)  $f: x \rightarrow |x+2| - x^2$

FUNKCI SI ROZDĚLÍM NA INTERVALY; VE KTERÝCH JE **ARGUMENT** **hodnota absolutní hodnoty**: 1) Kladná, 2) záporná, 3) nulová

1)  $(-\infty; -2)$

$f(x) = (-x+2-x^2)$   
 $f'(x) = -2x-1$  (definována na intervalu  $(-\infty; -2)$ )  
 $f'(x) = 0 = -2x-1$   
 $x = -\frac{1}{2}$  není v intervalu  
 $x \in \emptyset$

2)  $(-2; +\infty)$

$f(x) = (x+2-x^2)$   
 $f'(x) = -2x+1$  (definována na intervalu  $(-2; +\infty)$ )  
 $f'(x) = 0 = -2x+1$   
 $x = \frac{1}{2}$

DERIVACI V BODĚ  $x = -2$  ŘEŠÍM PŘES DEFINICI DERIVACE POKUD LIMIČNÍ DERIVACE V TOMTO BODĚ EXISTUJE, POKUD  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  A JEJÍ HODNOTA JE STEJNÁ JAKO HODNOTA LIMIČNÍ.

Je potřeba nast. rovnice  $f'(x) > 0$   
 $f'(x) < 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|-2+h+2| - (-2+h)^2 + 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|h| - (h^2 - 4h + 4) + 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|h| - h^2 + 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h(-h+5)}{h} = 5$$

ZA x dovedim -2

h je kladné  
→ odstraním absolutní!  
produkt bez změny  
směřenka

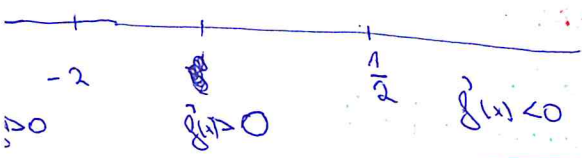
myslí je funkce spojité  
a mohu dosadit  
h=0

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{|h| - h^2 + 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h^2 + 3h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} (-h + 3) = 3$$

h je záporné  
→ po odstranění abs. absolutní!  
rozdělky musím změnit  
směřenka

funkce  
je již nyní  
spojitá, dovedim h=0

LIMITY SE NEROVNÁJÍ, A TĚM ŽDE DERIVACE NEEXISTUJE (= MŮŽE ŽDE FUNKCE PŘECHÁZET  
Z ROSTOUCÍ NA KLESÁJÍCÍ A NAOPAK)



FUNKCE SE ROSTOUCÍ  $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; \frac{1}{2})$   
KLESÁJÍCÍ  $x \in (\frac{1}{2}; +\infty)$

← Jak je žte na to přitá?  
(našiel žte na žim  
nerota - máte na něde?)

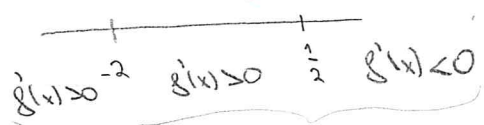
DRUHÝ ZPŮSOB:

proč je na sjednocení?

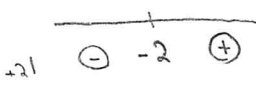
$$(|x+2| - x^2)' = (\sqrt{(x+2)^2} - x^2)' = \frac{1}{2} \cdot ((x+2)^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2(x+2) \cdot 1 - 2x = \frac{2(x+2)}{2|x+2|} - 2x = \frac{(x+2)}{|x+2|} - 2x = \frac{x+2-2x|x+2|}{|x+2|}$$

$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$  zde není derivace definována, může se měnit funkce a rostoucí na klesající a naopak  
**ale 1. způsobu výpočtu má, že v -2 derivace neexistuje**

$f(x) = 0$   
 $x+2-2x|x+2| = 0$   
p. o. -2



PRO OBA POSTUPY JIŽ STEJNĚ



$(-\infty; -2)$   $(-2; +\infty)$   
 $x+2-2x^2-4x=0$   
 $-2x^2-3x+2=0$

$x^2+5x+2=0$   
 $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{-5 \pm 3}{4}$   
 $\left\{ \begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ -2 \end{matrix} \right\} \notin (-\infty; -2)$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{-4}$   
 $-2 \notin (-2; +\infty)$   
 $\left( \frac{1}{2} \right)$  jediný bod, kdy  $f'(x) = 0$

neexistuje  
(přelom na hodnotu  
čísleke nepočet!  
Apostrofe linky)