

Úlohy na monotonicitu

5) $f: x \mapsto \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+1}}$ ① Určte podmínky existence ② Zderivujte funkci f

① $\sqrt{x^2+1} \neq 0 \quad \wedge \quad x^2+1 \geq 0$

$x \in \mathbb{R}$

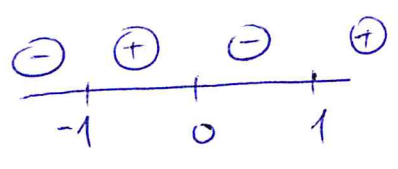
② $f'(x) = \frac{2x \sqrt{x^2+1} - (x^2+3) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x)}{x^2+1} = \frac{2x\sqrt{x^2+1} - \frac{(x^2+3)x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} =$

$= \frac{\frac{2x^3+2x-x^3-3x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x^3-x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{x^2+1} = \frac{x^3-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$

③ Položte derivaci rovnu nule a zjistěte extrémny

$\frac{x^3-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} = 0$

$x^3-x=0$
 $x(x^2-1)=0$



Vždy kladné, takže může zanedbat

Kladná derivace → rostoucí
 Záporná derivace → klesající

Funkce f je rostoucí na intervalech $(-1; 0)$ a $(1; +\infty)$.
 Funkce f je klesající na intervalech $(-\infty; -1)$ a $(0; 1)$.