# Úlohy na monotonie

5) $f: x \mapsto \dfrac{x^2+3}{\sqrt{x^2+1}}$

① Určíme podmínky existence

② Zderivujeme funkci $f$

① $\sqrt{x^2+1} \neq 0 \quad \wedge \quad x^2+1 \geq 0$

$$x \in \mathbb{R}$$

② 
$$f'_{(x)} = \frac{2x\sqrt{x^2+1} - (x^2+3)\cdot\frac{1}{2}\cdot(x^2+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot(2x)}{x^2+1} = \frac{2x\sqrt{x^2+1} - \frac{(x^2+3)x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} =$$

$$= \frac{\frac{2x^3+2x-x^3-3x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x^3-x}{\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{1}{x^2+1} = \underline{\frac{x^3-x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}}$$

③ Položíme derivaci rovnu nule a zjistíme extrémy

$$\frac{x^3-x}{\underbrace{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}_{\text{Vždy kladné, takže můžeme zanedbat}}} = 0$$

$$x^3 - x = 0$$
$$x(x^2-1) = 0$$

| $(-\infty; -1)$ | $-1$ | $(-1; 0)$ | $0$ | $(0; 1)$ | $1$ | $(1; +\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ |

Kladná derivace -> rostoucí

Záporná derivace -> klesající

Funkce $f$ je rostoucí na intervalech $(-1; 0)$ a $(1; +\infty)$.

Funkce $f$ je klesající na intervalech $(-\infty; -1)$ a $(0; 1)$.