

### Třetí série úloh ze středoškolské matematiky

1. Pomocí tabulky pravdivostních hodnot zjistěte, zda jsou ekvivalentní výroky (symbol  $\neg$  označuje negaci, tedy  $\neg a$  značí negaci výroku  $a$ ).

(a) Výrok:  $(a \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b)$  s výrokem  $(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$ .

(b) Výrok:  $(a \Rightarrow b) \Rightarrow c$  s výrokem  $a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$ .

(c) Výrok  $\neg(a \Rightarrow b)$  s výrokem  $a \wedge \neg b$ .

(d) Výrok  $(a \vee b) \wedge c$  s výrokem  $(a \wedge c) \vee (b \wedge c)$ .

2. Ukažte, že následující výroky jsou pravdivé pro jakékoliv pravdivostní ohodnocení výroků  $a, b, c$

$$a \Rightarrow (b \Rightarrow a), \quad (a \Rightarrow (b \Rightarrow c)) \Rightarrow ((a \Rightarrow b) \Rightarrow (a \Rightarrow c))$$

3. Zapište pomocí jednoho výroku ( $a, \neg a, 1$  nebo  $0$ ) následující výroky:  $a \vee 1, a \wedge 1, a \vee 0, a \wedge 0, a \vee a, a \vee \neg a, a \wedge a, a \wedge \neg a$ . Symboly  $1$ , popřípadě  $0$ , označují pravdivý, popřípadě nepravdivý, výrok.

4. Znegujte výroky a rozhodněte o jejich platnosti. Svůj závěr řádně zdůvodněte. Výroky i jejich negace napište slovy.

(a)  $(\exists x \in \mathbb{R})(x - 4 > 0)$

(b)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\sin x > -1)$

(c)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\sin x > -1)$

(d)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\sin x \geq -1)$

(e)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\sin x \geq -1)$

5. Na reálné ose vyznačte množiny  $A, B$  a množiny  $A \cap B, A \cup B$

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 1/x > 1/6\}$$

6. Na reálné ose vyznačte množiny  $A, B$  a množiny  $A \cap B, A \cup B$

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 2x^2 - x - 1 \leq 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : (x - 1)/x \geq 2\}$$

7. Nalezněte všechna reálná čísla splňující

$$x + 1 = \sqrt{3x + 7}$$

8. Nalezněte všechna reálná čísla splňující

$$2x + 1 = \sqrt{2x^2 + 1}$$