

## Příklady do písemné zkoušky z AN1E

1. Vypočtete kořeny rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$  a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce  $f$  a rozhodněte, zda je prostá.

$$f : x \mapsto \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 4}$$

2. Načrtněte graf funkce  $f$  a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit.

$$f : x \mapsto \frac{2x + 1}{\sqrt{2x + 5} - 2}$$

3. Vysvětlete vlastnost nabývání mezihodnot a jak ji použijete k vyřešení následující nerovnice. Nerovnici vyřešte.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

4. Napište definici funkce rostoucí na množině a vysvětlete, jak použijete tuto vlastnost k řešení nerovnice. Nerovnici vyřešte.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

5. Vypočtete limity funkce  $f$  v bodech jedna, mínus dva, plus nekonečno

$$f : x \mapsto \frac{(x^2 + 3x - 4)(x - \sqrt{3x^2 + 1})}{2 - \sqrt{x + 3}}$$

6. Určete definiční obor funkce  $f$  a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit a případně jakou hodnotou.

$$f : x \mapsto \frac{(2 - \sqrt{x + 3})(3 + \sqrt{2x + 5})}{(x^2 + 3x - 4)(x - \sqrt{x + 2})}$$

7. Načrtněte graf funkce  $f$ , napište definici spojitosti funkce v bodě a ukažte, že funkce  $f$  této definici v bodě  $x = 2$  nevyhovuje.

$$f : x \mapsto \begin{cases} 5 - x^2 & x \in [0, 2) \\ 2x - 1 & x \in [2, 3] \end{cases}$$

8. Napište příslušnou definici limity v bodě a ukažte, že funkce  $f$  této definici pro  $x$  jdoucí k nule zleva vyhovuje.

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}$$

9. Napište příslušnou definici limity v bodě a ukažte, že funkce  $f$  této definici pro  $x$  jdoucí k plus nekonečnu vyhovuje.

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}$$

10. Napište příslušnou definici limity v bodě a ukažte, že funkce  $f : x \mapsto x^2$  této definici pro  $x$  jdoucí k mínus nekonečnu vyhovuje.
11. Napište příslušnou definici limity v bodě a ukažte, že funkce  $f : x \mapsto \sqrt{x}$  této definici pro  $x$  jdoucí k nule zprava vyhovuje.
12. Vypočtěte derivaci funkce  $f$ . Součástí výpočtu je i určení definičního oboru derivace.

$$f : x \mapsto x^2 - (x + 1)|x^2 + 3x + 2|$$

13. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$ .

$$I = [0, 2] \quad f : x \mapsto |(x^2 - 2x + 10)(x - 1)| + 6x^2 - 12x$$

14. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .

$$I = (-1, 2) \quad f : x \mapsto \frac{x}{x^2 + x + 2}$$

15. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .

$$I = [-1, 1] \quad f : x \mapsto \frac{6x^2}{x^2 + 2x + 3}$$

16. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .

$$I = [-1, 1] \quad f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 2$$

17. Nalezněte intervaly, na nichž je funkce  $f$  rostoucí. Zformulujte větu, kterou používáte.

$$f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$$

18. Rozložte výraz na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{2x^4 + x^3 - x^2 - 15x - 18}{x^3 - 8}$$

19. Rozložte výraz na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{x^5 + 1}{x^3 - x}$$

20. Rozložte výrazy na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{x^3 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}, \quad \frac{x^2 + 1}{x(x + 1)^2}$$