

# Úlohy z funkcí

grafy, rovnice, inverzní funkce, obor hodnot, definiční obor

5. října 2021

1. Nakreslete křivky zadané rovnicemi a určete, zda jsou grafem funkce se vzorem  $x \in \mathbb{R}$  a obrazem  $y \in \mathbb{R}$ . Určete případně definiční obor a obor hodnot této funkce.

- (a)  $x + y = 1$
- (b)  $x^2 + y = 0$
- (c)  $x + y^2 = 0$
- (d)  $x^2 + y^2 = 1$

Nevíte si rady a potřebujete inspiraci? Použijte WolframAlpha: plot  $x + y = 1, x^2 + y = 0, x + y^2 = 0, x^2 + y^2 = 1$ .

2. Pro uvedené funkce řešte následující úlohy:

- Určete z grafu počet kořenů rovnice  $f(x) = y$  v závislosti na hodnotě proměnné  $y$ .
- Vypočtete kořeny rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$ .  
NÁVOD: nevíte-li si rady, dosazujte za  $y$  konkrétní hodnoty a rovnici s obecným  $y$  pak řešte obdobně.

- (a)  $f : x \mapsto x^2 - 7x + 2$
- (b)  $f : x \mapsto \frac{2x+1}{3-x}$

3. Řekněte (napište) co je *obor hodnot funkce* a na základě výsledků úlohy 2 určete obor hodnot příslušných funkcí.
4. Řekněte (napište) co je *prostá funkce* a na základě výsledků úlohy 2 rozhodněte, zda jsou příslušné funkce prosté.
5. Vypočtete kořeny rovnice  $f(x) = y$  s neznámou  $x$  a parametrem  $y$  a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot této funkce a rozhodněte, zda je prostá.

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$$

POZNÁMKA: pokud si nevíte s úlohou rady, použijte návod z úlohy 2.

5a

$$f : x \mapsto \frac{2x + 1}{x^2 + 2x + 3}$$

5b

$$f : x \mapsto \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 4}$$

5c

$$f : x \mapsto \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$$

6 – 6c V úlohách 5 – 5c vypočtete kořeny jmenovatele a úvahou určete, jakých hodnot nabývá výraz v pravém a levém okolí těchto kořenů.

7 – 7c Určete, jakých hodnot přibližně nabývají výrazy v úlohách 5 – 5c pro  $x$  velké kladné a velké záporné.

8 – 8c Použijte výsledky úloh 5 – 5c a 6 – 6c, 7 – 7c k načrtnutí grafů příslušných funkcí.

DOPORUČENÍ: Svůj výsledek zkontrolujte WolframemAlpha.