

Úlohy na trojúhelníkovou nerovnost,  
spojitost a limitu funkcí

26. října 2021

1. Ukažte, že pro všechna  $x, y \in \mathbb{R}$  platí

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

2. Ukažte, že pro  $A = -3, B = 2, K = \max\{|A|, |B|\} = 3$  platí

$$(\forall x \in \mathbb{R})(x \in [A, B] \Rightarrow x \in [-K, K])$$

- \*2a Ukažte, že pro každé  $A, B \in \mathbb{R}, K = \max\{|A|, |B|\}$  platí

$$(\forall x \in \mathbb{R})(x \in [A, B] \Rightarrow x \in [-K, K])$$

3. Vypočtěte limitu funkce  $f$  v bodě  $x = 2$

$$f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{(1 - \sqrt{x-1})(1 + \sqrt{2x})}}$$

- 3a v bodě  $x = -3$

$$f : x \mapsto \left( \frac{(x^2 - 9)(2 - \sqrt{x+4})}{(1 - \sqrt{x+4})(2 - \sqrt{x+5})} \right)^4$$

- 3b v bodě  $x = 1$

$$f : x \mapsto \sqrt{\frac{\sqrt{3x-2}-1}{(x^3-1)(2-\sqrt{x})}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}}$$

4. Vysvětlete hlavní myšlenku důkazu o spojitosti součtu spojitých funkcí.

- 4a Totéž pro rozdíl, součin a podíl.