

## Úlohy na nerovnice a aproximaci lineární funkcí

23. listopadu 2021

1. Vysvětlete, proč je v případě nezáporných výrazů na stranách nerovnice umocňování nerovnice ekvivalentní operace.  
Dále vysvětlete, jak vyřešíte nerovnici s jednou stranou kladnou a druhou zápornou.

2. Vyřešte nerovnici úpravami. Použijte závěry předchozí úlohy.

$$2x - 5 < \sqrt{x + 1}$$

2a

$$\sqrt{7 - 3x} > x - 1$$

2b

$$\sqrt{x^2 + 8} \leq 2x + 1$$

2c

$$3 - \sqrt{2x - 3} < x$$

\*2d

$$\sqrt{x} + \sqrt{9 - 2x} \leq 3$$

3. Napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  v bodě  $a = 1$  a použijte ji k odhadu (aproximaci) hodnot  $\sqrt[3]{1.2}$ ,  $\sqrt[3]{0.9}$ . Dále pomocí lagrangeova vztahu pro reziduum odhadněte chybu těchto aproximací a porovnejte se skutečnou chybou.

3a  $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{2x+1}}$ ,  $a = 0$ , odhadněte  $f(-0.12)$ ,  $f(0.2)$ .

4. Pro funkci  $R$  (reziduum lineární aproximace funkce)

$$R(x) = f(x) - f(a) - f'(a)(x - a)$$

vypočtete  $R'(x)$ ,  $R''(x)$ ,  $R(a)$ ,  $R'(a)$ .

5. Využijte výsledek předchozí úlohy k určení  $F'(x)$ ,  $F''(x)$ ,  $F(a)$ ,  $F'(a)$  pro

$$F(x) = R(x) - \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2} R(b)$$

- \*6 Pro funkci

$$R(x) = f(x) - f(a) - f'(a)(x - a) - \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2$$

Vypočtete  $R'(x)$ ,  $R''(x)$ ,  $R'''(x)$ ,  $R(a)$ ,  $R'(a)$ ,  $R''(a)$ .

\*7 Využijte výsledek předchozí úlohy k určení  $F'(x)$ ,  $F''(x)$ ,  $F'''(x)$ ,  $F(a)$ ,  $F'(a)$ ,  $F''(a)$  pro

$$F(x) = R(x) - \frac{(x-a)^3}{(b-a)^3} R(b)$$