

## Úlohy na obraz a vzor intervalu

30. listopadu 2021

1. Pro interval  $I$  a funkci  $f$  určete obraz  $I_1 = f(I)$  a vzor  $I_2 = f^{-1}(I_1)$ .

$$I = [-2, 3) \quad f : x \mapsto \frac{6x + 6}{x^2 + 3x + 6}$$

1a

$$I = (-2, 3) \quad f \text{ stejná jako v předchozím příkladě}$$

1b

$$I = [0, 3) \quad f : x \mapsto \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 3}$$

1c

$$I = (0, 3) \quad f \text{ stejná jako v předchozím příkladě}$$

1d

$$I = (0, 4) \quad f : x \mapsto x^3 - 9x^2 + 15x$$

1e

$$I = [-1, 1) \quad f : x \mapsto \frac{2x + 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

1f

$$I = (-1, 1) \quad f \text{ stejná jako v předchozím příkladě}$$

1g

$$I = (-2, 2] \quad f : x \mapsto |x^2 - 2x - 3| + 2x$$

2. Pro funkce z úloh 1 až 1g vypočtete limity v nekonečnu.

3. Pro funkci

$$R(x) = f(x) - f(a) - f'(a)(x - a) - \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2$$

Vypočtete  $R'(x)$ ,  $R''(x)$ ,  $R'''(x)$ ,  $R(a)$ ,  $R'(a)$ ,  $R''(a)$ .

4. Využijte výsledek předchozí úlohy k určení  $F'(x)$ ,  $F''(x)$ ,  $F'''(x)$ ,  $F(a)$ ,  $F'(a)$ ,  $F''(a)$  pro

$$F(x) = R(x) - \frac{(x-a)^3}{(b-a)^3}R(b)$$

- \*5 Použijte třikrát Rolleovu větu na funkci  $F$  na intervalu  $[a, b]$  a odvoďte lagrangeův tvar zbytku Taylorova polynomu stupně dva.