JEDNOSTRANNÁ SPOJITOST

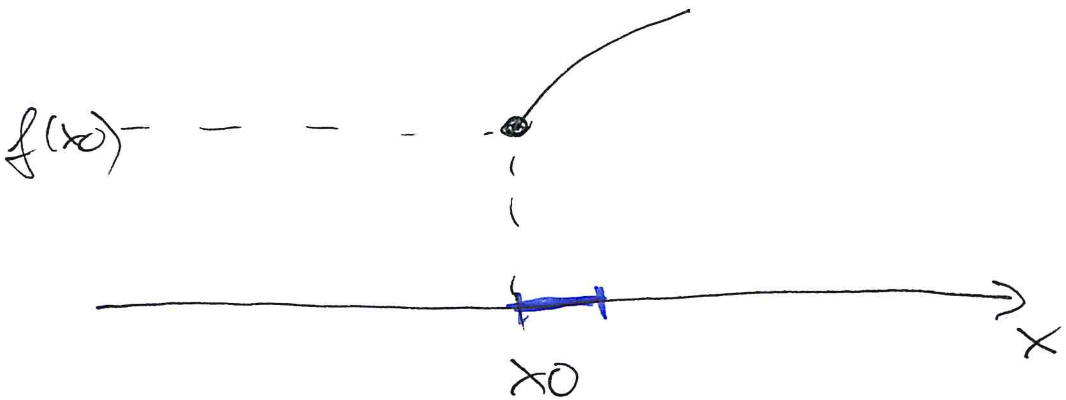
Definice:

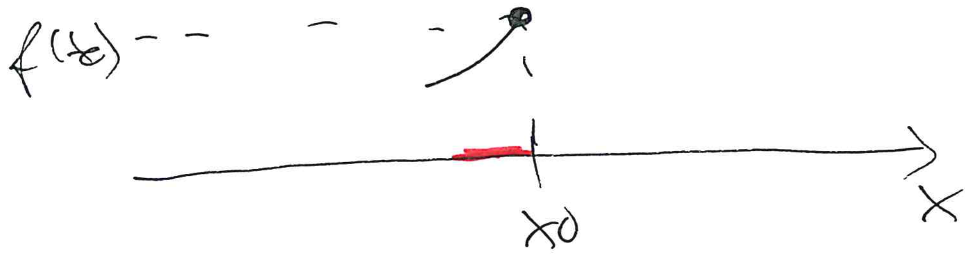
Řekneme, že funkce f je spojitá v bodě x_0 zprava (zleva),

pokud

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in (x_0, x_0+\delta))(f(x) \in U_\varepsilon(f(x_0)))$$

$$(x_0-\delta, x_0)$$



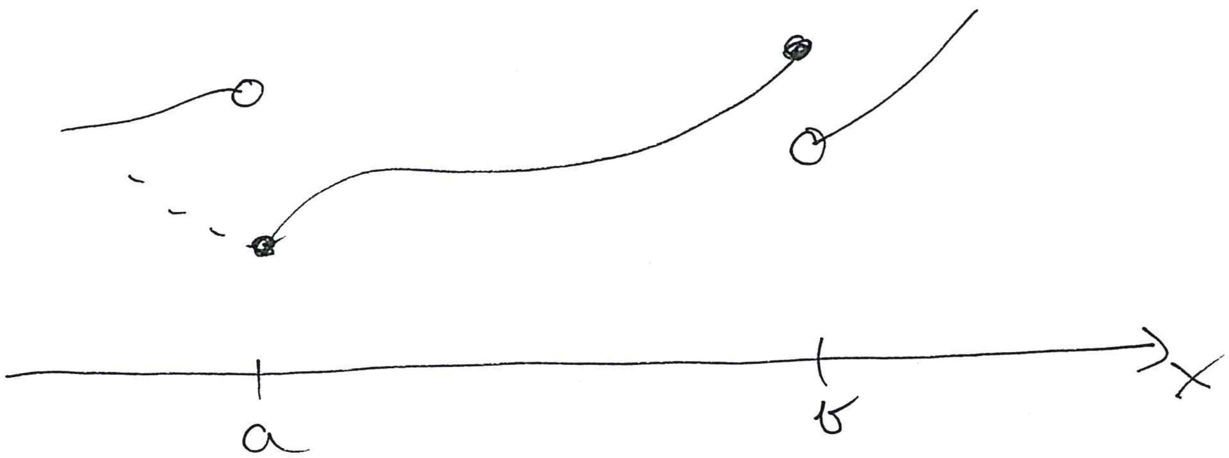


SPOJITOST FUNKCE NA INTERVALU

Definice:

Řekneme, že funkce f je spojitá na intervalu $I=(a,b)$, pokud je spojitá v každém bodě ~~$x \in I$~~. $x \in (a,b)$.

V případě uzavřeného intervalu $I=[a,b]$ navíc požadujeme spojitost zprava v bodě $x=a$ a zleva v bodě $x=b$.



Obdobně pro intervaly $[a,b)$, $(a,b]$.

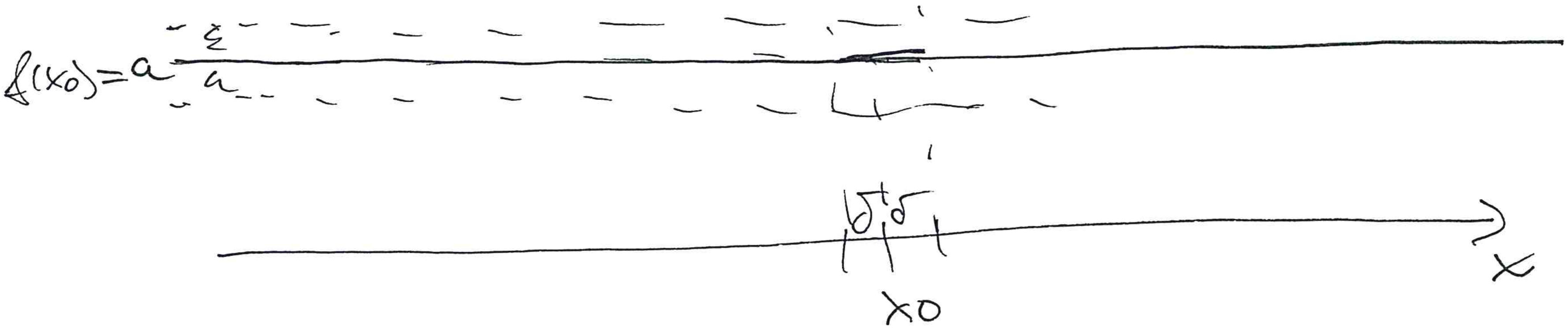
SPOJITOST KONSTANTNÍ FUNKCE

Lemma:

Pro $a \in \mathbb{R}$ je funkce $f : x \mapsto a$ spojitá na $\mathbb{R}$.

Důkaz:

Ukážeme, že je f spojitá v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$.



K $\varepsilon > 0$ lze zvolit libovolné $\delta > 0$ (třeba $\delta = 1$) a bude platit

$$(\forall x \in U_\delta(x_0))\,(f(x) \in U_\varepsilon(f(x_0)))$$

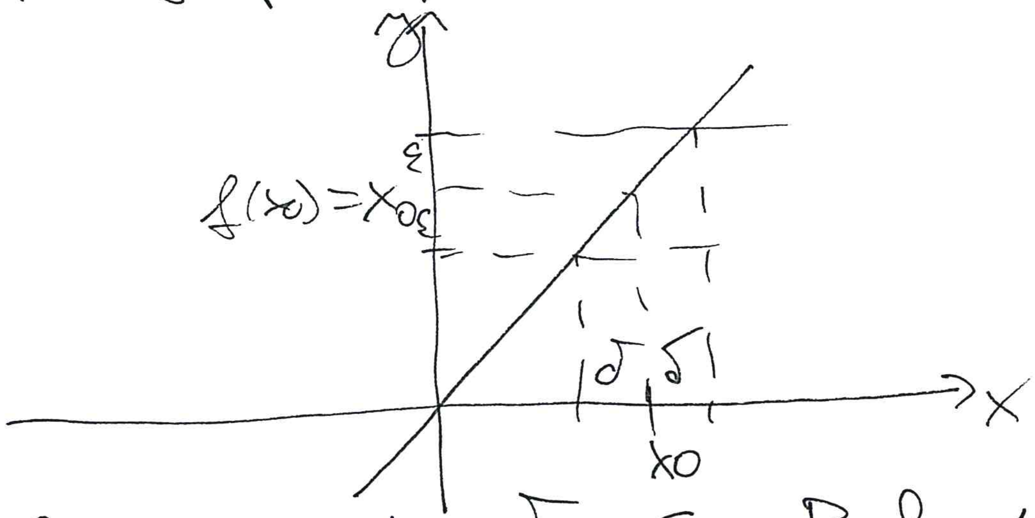
SPOJITOST IDENTITY

Lemma:

Identita, kdy zobrazení $f: x \mapsto x$ (obraz je identický se vzorem) je spojitá na $\mathbb{R}$.

Důkaz:

Ukážeme, že je f spojitá v každém bodě $x_0 \in \mathbb{R}$.



K $\varepsilon > 0$ lze zvolit $\delta = \varepsilon$. Pak platí

$$(\forall x \in \mathcal{U}_\delta(x_0))\,(f(x) \in \mathcal{U}_\varepsilon(f(x_0)))$$

$$|x - x_0| < \delta \qquad\qquad |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

$$|x - x_0| < \varepsilon$$