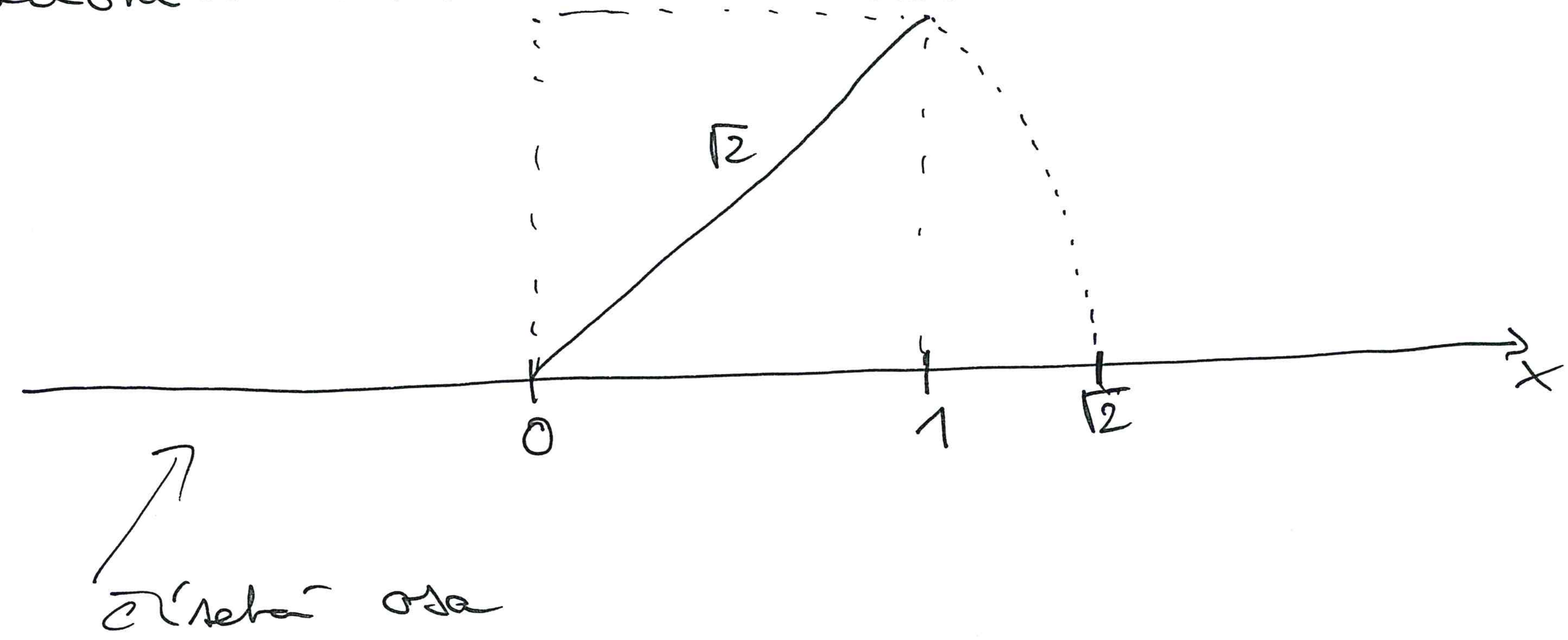
Racionální čísla Reálná čísla




Je $\sqrt{2}$ racionální číslo? ne

Důkaz:

~~Zvolíme~~ použijeme důkaz sporem – předpokládáme, že platí opak, tedy existují $a, b \in \mathbb{Z}$ taková, že

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b},$$

$a, b$ nejsou obě sudá ~~(lze zkrátit:~~

neboť : $2 = \dfrac{a^2}{b^2} \quad / \cdot b^2$

$2b^2 = a^2$ pro $a$ liché je i $a^2$ liché

sudé číslo

$a^2$ je sudé, proto je i $a$ sudé

$a$ je sudé : $a = 2c$, $c \in \mathbb{Z}$

$2b^2 = (2c)^2$

$2b^2 = 4c^2 \quad / : 2$

$b^2 = 2c^2$

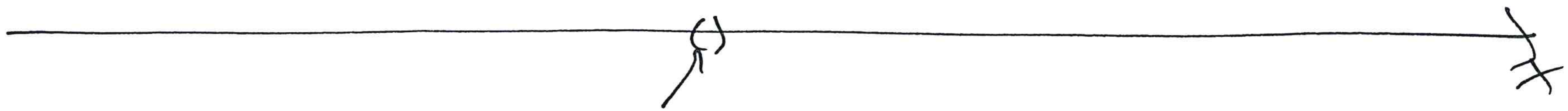
sudé

tedy i $b$ je sudé

$a$ i $b$ je sudé -- spor $\lightning$

Proto $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Racionální čísla jsou na reálné ose __hustá__:




každý interval obsahuje alespoň
jedno racionální číslo

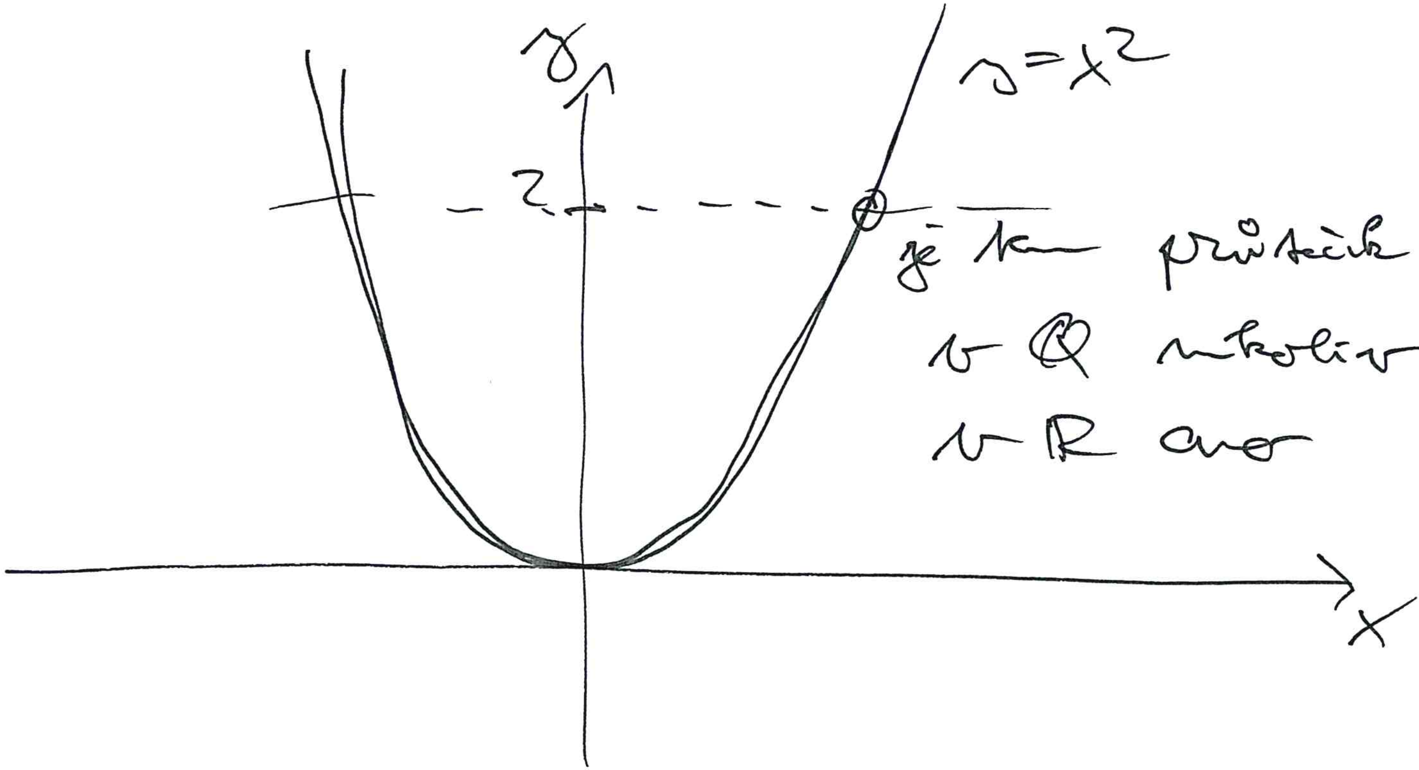

$$(\forall x\in\mathbb{R})(\forall \varepsilon>0)(\exists q\in\mathbb{Q})(|x-q|<\varepsilon)$$

každé reálné číslo $x$ lze s libovolnou přesností $\varepsilon$
aproximovat racionálním číslem

Řešme rovnici

$$x^2 = 2$$

nemá v $\mathbb{Q}$ kořen




je tam průsečík?

v $\mathbb{Q}$ nikoliv

v $\mathbb{R}$ ano

Vlastnosti (1) – (12) z [JV] (str. 20, 21)

platí jak na $\mathbb{R}$, tak na $\mathbb{Q}$.