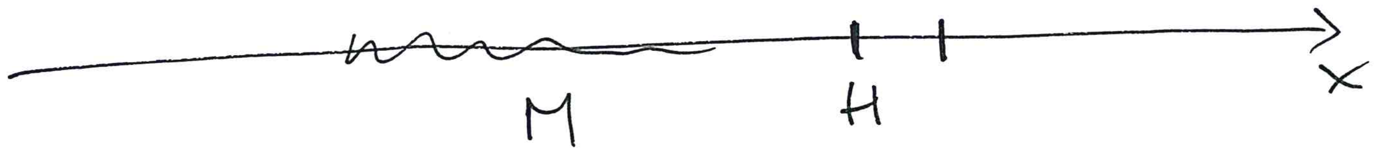
$M = (0,1)$ $\quad H = 2,\ H = 3$

$\boxed{H = 1}$



horní hranice

horní závora

Definice:

Číslo S nazveme supremem (nejmenší horní hranicí) množiny M, pokud platí

1) $(\forall x \in M)(S \geq x)$

2) $(\forall \varepsilon > 0)(\exists x \in M)(S - \varepsilon < x)$

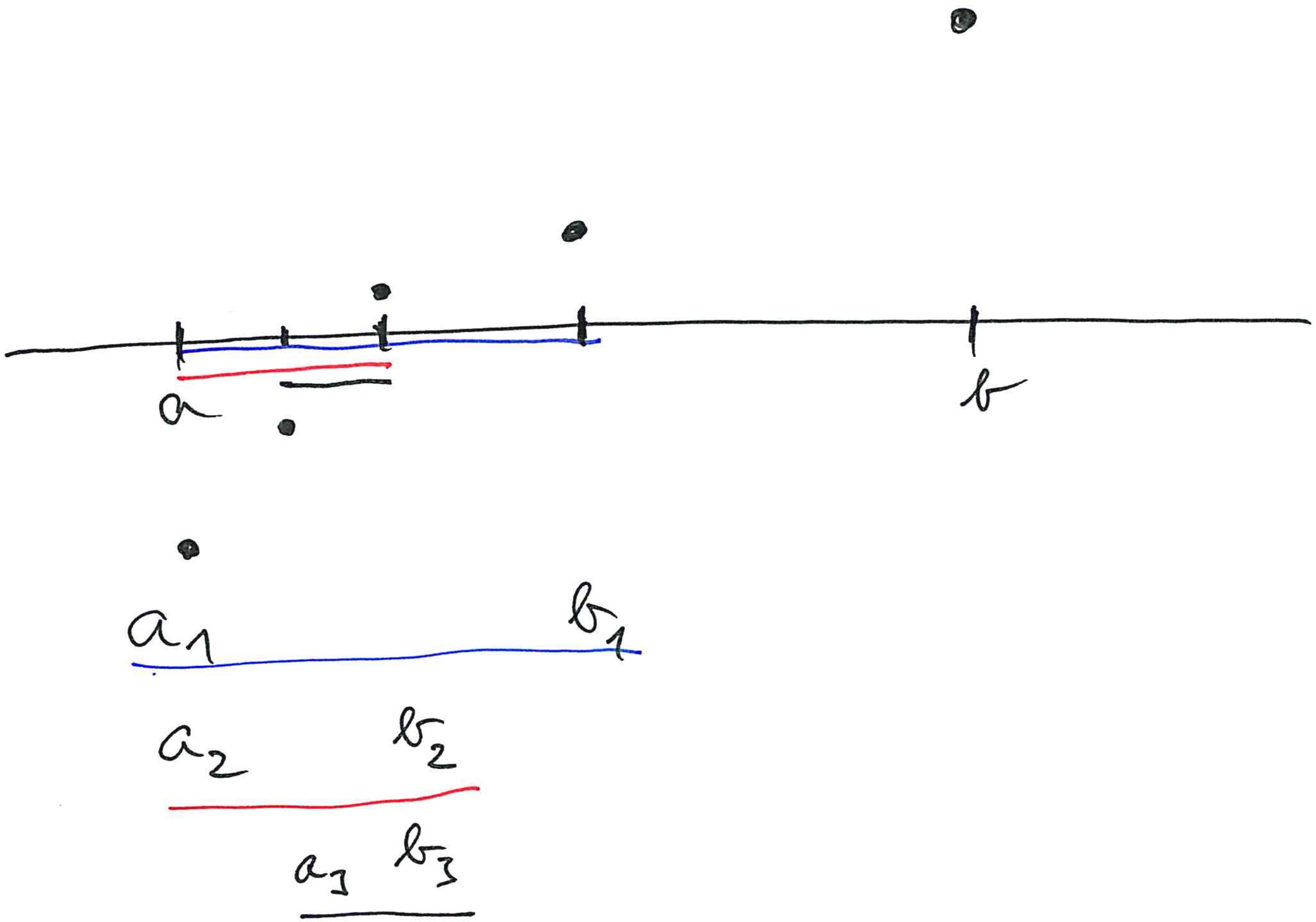
$S - \varepsilon$ není horní hranice M

Vlastnost (13) reálných čísel:
Každá neprázdná shora omezená množina má v $\mathbb{R}$ supremum.

Reálná čísla na 2. stupni ZŠ:

body na ose $\longleftrightarrow$ reálná čísla

Důkaz věty o kořeni spojité funkce:



$$A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$$

$c = \sup A$ ... ukážeme, že $f(c) = 0$

libovolné okolí bodu c .. $U_\delta(c)$

$(\forall \delta > 0)$(existují a_k, b_l .. $a_k \in U_\delta(c)$ ← c je nejmenší horní závora

$b_l \in U_\delta(c)$)

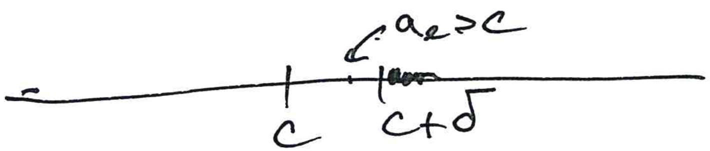
↪ $(\forall \delta > 0)(\exists x \in A)(x > c - \delta)$

a_k

$a_k \in U_\delta(c)$

↪ kdyby to neplatilo: $(\exists \delta > 0)(\cancel{U_\delta(c)})$

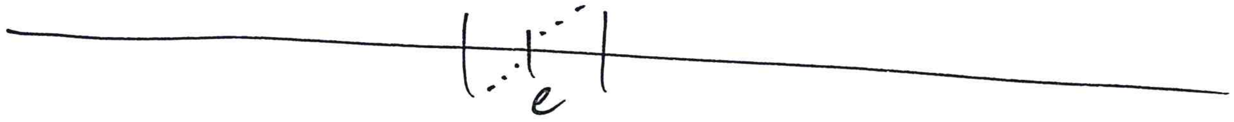
$(\forall l \in \mathbb{N})(b_l \notin U_\delta(c))$



c by nebylo horní závora

Jak z faktu, že $(\forall \delta > 0)(\exists k, l \in \mathbb{N})(a_k \in U_\delta(c) \wedge$
$\wedge\, b_l \in U_\delta(c))$

plyne $f(c) = 0$



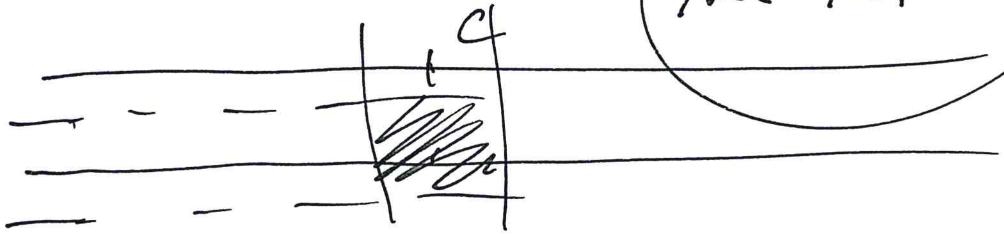
kdyby $f(c) > 0$

$\cancel{\varepsilon\delta}$ $\varepsilon = \frac{f(c)}{2}$

není možné

$f(c) < 0$

$\varepsilon = -\frac{f(c)}{2}$



není možné

$\Downarrow$

potom $f(c) = 0$