

Příklady do písemné zkoušky z AN1

15. prosince 2021

1. Vypočtete kořeny rovnice $f(x) = y$ s neznámou x a parametrem y a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce f a rozhodněte, zda je prostá.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 4}$$

2. Vypočtete kořeny rovnice $f(x) = y$ s neznámou x a parametrem y a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce f a rozhodněte, zda je prostá.

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x + 2}$$

3. Načrtněte graf funkce f , napište definici spojitosti funkce v bodě $x = -1$, znegujte ji a ukažte, že funkce f této negaci vyhovuje.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x - x^2 & x < -1, \\ 2 + x & x \geq -1. \end{cases}$$

4. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit a případně jakou hodnotou.

$$f : x \mapsto \frac{(2 - \sqrt{x + 3})(3 + \sqrt{2x + 5})}{(x^2 + 3x - 4)(x - \sqrt{x + 2})}$$

5. Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru.

$$f : x \mapsto \frac{(x - 3)(x + \sqrt{x + 2})}{(x^2 + 3x + 2)(3 - \sqrt{x + 6})}$$

6. Vyřešte nerovnici pomocí věty o kořeni spojitě funkce.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

7. Vyřešte nerovnici pomocí věty o kořeni spojitě funkce.

$$\sqrt{1 + 2x^2} \geq 2x + 1$$

8. Napište definici derivace funkce a použijte ji k výpočtu derivace funkce $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

9. Napište definici derivace funkce a použijte ji k výpočtu derivace funkce f v bodě nula

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 2}$$

10. Vypočtete jednostranné limity funkce f v bodech 1 a -2 . Má funkce f v daných bodech oboustrannou limitu?

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 - 3x + 2}$$

11. Vypočtete limity funkce f v bodech jedna, mínus dva, plus nekonečno

$$f(x) = \frac{(x^2 + 3x - 4)(2 + \sqrt{x + 3})}{(2 - \sqrt{x + 3})(x^2 + x + 2)}$$

12. Nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce f rostoucí.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$$

13. Nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce f klesající.

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}}$$

14. Vyřešte nerovnici pomocí ekvivalentních úprav.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

15. Vyřešte nerovnici pomocí ekvivalentních úprav.

$$\sqrt{1 + 2x^2} \geq 2x + 1$$

16. Pro interval I a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$.

$$I = [0, 4] \quad f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 2x$$

17. Pro interval I a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$.

$$I = (-1, 2) \quad f : x \mapsto \frac{x}{x^2 + x + 2}$$

18. Pro interval I a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$.

$$I = [-1, 1] \quad f : x \mapsto \frac{6x^2}{x^2 + 2x + 3}$$

19. Pro interval I a funkci f určete obraz $I_1 = f(I)$ a vzor $I_2 = f^{-1}(I_1)$.

$$I = [-1, 1] \quad f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 2$$

20. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 2x$$

21. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 2}$$

22. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}}$$

23. Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = x + \sqrt{2 - 3x + x^2}$$

24. Načrtněte tečnu ke grafu funkce f v bodě 2 a napište její rovnici.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x + 7}}{(x - 1)^2}$$

25. Načrtněte tečnu ke grafu funkce f v bodě 3 a napište její rovnici.

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x + 1}}$$

26. Napište Taylorův polynom funkce f se středem v bodě nula třetího stupně.

$$f(x) = \sqrt{1 + x}$$

27. Rozložte výraz na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{2x^4 + x^3 - x^2 - 15x - 18}{x^3 - 8}$$

28. Rozložte výraz na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{x^5 + 1}{x^3 - x}$$

29. Rozložte výrazy na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{x^3 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}, \quad \frac{x^2 + 1}{x(x + 1)^2}$$