Požadavky ke zkoušce z AN1E

13. ledna 2022

- **Funkce – základní pojmy.** Vzor, obraz – bodu a intervalu (množiny). Prostá funkce a souvislost s existencí inverzní funkce. Zúžení a rozšíření funkce, vysvětlení na příkladech. Definice funkce monotonní (rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající) na množině (zpravidla na intervalu).

- **Čísla.** Racionální a reálná čísla. Důkaz iracionality odmocniny ze dvou. Reálná čísla jako struktura se dvěma operacemi (scítání, násobení) a relací uspořádání (porovnání – větší, menší) a jejich vlastnosti (1) až (13) z [JV]. Odčítání je sčítání s opačným prvkem, dělení je násobení inverzním prvkem.

- **Monotonie mocninné funkce.** Důkaz monotonie druhé mocniny a druhé odmocniny, použití na řešení nerovnic. Důkaz monotonie třetí mocniny.

- **Spojitost funkce.** Definice spojitosti funkce v bodě a na otevřeném intervalu. Jednostranná spojitost funkce v bodě a definice spojitosti na uzavřeném intervalu. Věty o spojitosti a aritmetických operacích – z jejich důkazu: použití trojúhelníkové nerovnosti a ukázání, že pro „malá“ $|f(x)-f(a)|$, $|g(x)-g(a)|$ jsou „malá“ i $|f(x)+g(x)-(f(a)+g(a))|$, $|f(x)g(x)-f(a)g(a)|$, $|f(x)/g(x)-f(a)/g(a)|$.

- **Vlastnosti spojitých funkcí.** Weierstrassova věta o extrémech spojité funkce na uzavřeném intervalu. Příklad funkce, která nenabývá extrémů na uzavřeném intervalu (Weierstrassova věta říká, že tato funkce nemůže být spojitá). Příklad spojité funkce, která nenabývá extrémů na intervalu (Weierstrassova věta říká, že tento interval nemůže být uzavřený). Věta o kořeni spojité funkce i s důkazem. Vlastnost nabývání mezihodnot i s důkazem. Použití věty o kořeni psojité funkce na řešení nerovnic.

- **Limita funkce.** Definice limity (vlastní ve vlastním bodě). Věta o limitách a aritmetických operacích. Věta o limitě spojité funkce i s důkazem. Nevlastní limity (případně v nevlastním bodě), definice.

- **Derivace funkce.** Definice derivace, souvislost s přírůstky funkce a proměnné, znázornění na grafu. Odvození vzorců pro derivace mocninných funkcí, konstantní funkci. Pravidlo pro derivaci inverzní funkce (převrácená hodnota derivace původní funkce), odvození vzorce pro derivaci odmocnin. Pravidlo pro derivaci součtu, součinu, podílu a jejich

odvození. Věta o spojitosti funkce v bodě, ve kterém má konečnou derivaci i s důkazem.

- **Derivace funkce a extrémy.** Definice lokálních extrémů. Ukázání, že ani jedna z implikací o nulové derivaci a lokálním extrému obecně neplatí. Lemma o lokálním extrému a nulové derivaci i s důkazem.

- **Věty o střední hodnotě.** Rolleova a Lagrangeova věta o střední hodnotě i s důkazy.

- **Derivace funkce a monotonie.** Věty o derivaci a monotonii funkcí i s důkazy.

- **Aproximace funkcí.** Taylorův polynom prvního a druhého stupně, zbytek Taylorova polynomu, Lagrangeův tvar zbytku Taylorova polynomu i s jeho odvozením – pro Taylorův polynom stupně 1, pro polynom stupně 2 úlohy 3, 4 na 30. 11.

- **Posloupnosti.** Konvergentní a Cauchyovská posloupnost. Věta o konvergentní a Cauchyovské posloupnosti, důkaz jedné z implikací. Na množině racionálních čísel tato věta neplatí: příkald Cauchyovské posloupnosti racionálních čísel, která nemá limitu na množině racionálních čísel (její limita je iracionální číslo). Věta o limitě monotonní posloupnosti i s důkazem.

- **Polynomy, racionální funkce.** Polynomy: limity v nekonečnech, počet reálných kořenů. Racionální funkce: co jsou parciální zlomky, věta o rozkladu racionální funkce na součet polynomu a parciálních zlomků, metoda výpočtu koeficientů.