

Příklady do písemné zkoušky z AN1/AN1M

15. prosince 2022

- 1a Vypočtete kořeny rovnice $f(x) = y$ s neznámou x a parametrem y a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce f a rozhodněte, zda je prostá.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 4}$$

1b

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x + 2}$$

2. Načrtněte graf funkce f , napište definici spojitosti funkce v bodě $x = -1$, znegujte ji a ukažte, že funkce f této negaci vyhovuje.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x - x^2 & x < -1, \\ 2 + x & x \geq -1. \end{cases}$$

- 3a Určete definiční obor funkce f a načrtněte její graf

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$$

3b

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - x - 2}$$

- 4a Určete definiční obor funkce f a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru a případně jakou hodnotou.

$$f : x \mapsto \frac{(2 - \sqrt{x + 3})(\sqrt{2x + 7})}{(x^2 + 3x - 4)(1 + \sqrt{x + 3})}$$

4b

$$f : x \mapsto \frac{x + \sqrt{x + 2}}{(x^2 + 3x + 2)(3 + \sqrt{x + 6})}$$

- 5a Vyřešte nerovnici pomocí věty o kořeni spojitě funkce.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

5b

$$\sqrt{1 + 2x^2} \geq 2x + 1$$

6a Napište definici derivace funkce a použijte ji k výpočtu derivace funkce

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

6b

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6}$$

7a Vypočtěte jednostranné limity funkce f v bodech 1 a -2 . Má funkce f v daných bodech oboustrannou limitu?

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 - 3x + 2}$$

7b

$$f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 2}{x^3 + 3x^2 - 4}$$

8a Vypočtěte limity funkce f v bodech jedna, mínus dva, plus nekonečno

$$f(x) = \frac{(x^2 + 3x - 4)(2 + \sqrt{2x + 7})}{(2 - \sqrt{x + 3})(x^2 + x + 2)}$$

8b

$$f(x) = \frac{(x^2 - 4)\sqrt{2x + 5}}{(1 - \sqrt{x + 3})(2x^2 - 1)}$$

9a Nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce f rostoucí.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}$$

9b ... na nichž je funkce f klesající.

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}}$$

10a Vyřešte nerovnici pomocí ekvivalentních úprav.

$$2x + 1 \leq \sqrt{4 + 3x}$$

10b

$$\sqrt{1 + 2x^2} \geq 2x + 1$$

11a Určete definiční obor a obor hodnot funkce f

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 2x$$

11b

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 2}$$

11c

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3x + 3}}$$

12a Napište rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě 2 a načrtněte ji.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x + 7}}{(x - 1)^2}$$

12b V bodě 3.

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x + 1}}$$

13a Pomocí Taylorova polynomu stupně jedna funkce f odhadněte hodnotu $f(1.8)$ a určete řád chyby vašeho odhadu.

$$f(x) = \sqrt{x + 7}$$

13b Hodnotu $f(3.2)$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 1}}$$

14a Rozložte výraz na součet polynomu a parciálních zlomků a udělejte zkoušku

$$\frac{2x^4 + x^3 - x^2 - 15x - 18}{x^3 - 8}$$

14b

$$\frac{x^5 + 1}{x^3 - x}$$

14c

$$\frac{x^3 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}, \quad \frac{x^2 + 1}{x(x + 1)^2}$$