# Písemná část zkoušky z AN1

6. ledna 2023

1. Vypočtěte kořeny rovnice $f(x) = y$ s neznámou $x$ a parametrem $y$ a na základě spočítaných kořenů určete obor hodnot funkce $f$ a rozhodněte, zda je prostá.
$$f(x) = \frac{-x^2 + 3x + 3}{x + 1}$$

1* Určete, pro která $z \in \mathbb{R}$ má rovnice s neznámou $x$ a parametrem $z$ řešení v $\mathbb{R}$.
$$\sqrt{f(x)} = z$$

2. Určete definiční obor funkce $f$ a zjistěte, zda ji lze spojitě rozšířit do krajních bodů definičního oboru a případně jakou hodnotou/jakými hodnotami.
$$f(x) = \frac{(x+2)(x-3)(3-\sqrt{x+7})}{(x^2-4)(x^2-9)(3+\sqrt{x+1})}$$

2*
$$f(x) = \frac{(x+2)^2(x-3)^3(3-\sqrt{x+7})^4}{(x^2-4)^2(x^2-9)^3(3+\sqrt{x+1})^4}$$

3. Řešte vámi vybranou metodou nerovnici
$$\sqrt{x+5} \geq 1 - x$$

3* Zdůvodněte postup vašeho výpočtu.

4. Nalezněte intervaly (maximální vzhledem k inkluzi), na nichž je funkce $f$ rostoucí.
$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-2x}}$$

4*
$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-2x}}$$

5. Pomocí Taylorova polynomu stupně jedna funkce $f$ odhadněte hodnotu $f(0.4)$ a určete řád chyby vašeho odhadu.
$$f(x) = \sqrt{(1+x)^5}$$

5* Totéž, jen použijte polynom druhého stupně.

Pro kontrolu uvádíme, že hodnota zaokrouhlená na pět desetinných míst je $\sqrt{1.4^5} \doteq 2.31910$.

6*(žolík) Z obdélníkového plechu o velikosti $80cm \times 50cm$ se má po odstřižení stejně velkých čtverců v rozích plechu vyrobit krabice bez víka. Jak velké čtverce je třeba odstřihnout, aby vzniklá krabice měla maximální objem, a jaký bude tento objem?